

ҚР ҒЖБМ ҒК «Математика және математикалық моделдеу институты» РМК



ЖОБАНЫҢ АТАУЫ

ЖОБА ЖЕТЕКШІСІ

**ЖОБАНЫҢ ОРЫНДАЛУ
ЖЫЛДАРЫ**

**ҚАРЖЫЛАНДЫРУ
СОМАСЫ**

«Импульс әсерлі эволюциялық есептерді зерттеудің сандық және аналитикалық әдістері»

ф.-м.ғ.д., қауымдастырылған профессор
Темешева Светлана Маратовна

2024 – 2026

119,0 млн. теңге:
2024 – 33,0 млн. теңге, 2025 – 43,0 млн. теңге, 2026 – 43,0 млн. теңге

**Жобаның
рефераты (абстракт)**

Қысқа мерзімді түрткілері бар болуымен сипатталатын жаратылыстану процестерінің математикалық модельдері импульстік әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін әртүрлі есептермен жазылады. Жобада осындай жүйелер үшін шеттік есептер мен шектік режимдерді зерттеудің жаңа сандық және аналитикалық әдістері ұсынылады. Импульстік әсер ету моменттері бекітулі және бекітусіз болатын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйелері, және де импульстік бұзылу моменті фазалық нүкте бекітулі жиынға жеткенде пайда болатын импульстік динамикалық жүйелер қарастырылады. Шешімділік шарттары тағайындалады, бастапқы жуықтауды таңдау мәселесі шешіледі, Джумабаевтың параметрлеу әдісінің алгоритмдерін модификациялау негізінде қарастырылып отырған есептерді шешудің сандық әдістері жасалып, іске асырылады, және де шектік режимдерді зерттеудің жаңа аналитикалық әдістері әзірленеді.

Жоба импульстік әсерлері бар сызықты емес дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің сапалық теориясының математикалық әдістерін дамытуға бағытталған. Оны іске асыру классикалық теорияның жан-жақты дамуына әкеліп, зерттеудің жаңа бағыттарын анықтайды.

Жобаның тақырыбының өзектілігі импульстік әсерлері бар дифференциалдық теңдеулердің жаратылыстану және техникалық ғылымдарда кеңінен қолданылуымен байланысты. Мұндай есептер күрт қысқа мерзімді өзгерістермен жүретін процестерді модельдеу кезінде туындайды, мысалы, биологияда (импульстік вакцинациясы бар эпидемиологиялық модельдер), механикада (импульстік қоздырғышы бар жүйелер), экономика мен экологияда. Сонымен қатар, мұндай жүйелер үшін жаңа аналитикалық және сандық әдістерді әзірлеу сызықты емес дифференциалдық теңдеулер теориясында және оған іргелес салаларда айтарлықтай ілгерілеуге ықпал етеді, бұл жобаны қазіргі заманғы математикалық ғылымда тек өзекті ғана емес, сонымен қатар сұранысқа ие етеді.

КҮТІЛЕТІН НӘТИЖЕЛЕР

Уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін:

- шешідің алгоритмдері әзірленді және олардың жинақталуының жеткілікті шарттары алынады,
- қарастырылып отырған есептің шешілімділік шарттары алынды,
- қарастырылып отырған есептің шешімінің "жақсы" бастапқы жуықтауын таңдау тәсілдері ұсынылады, сонымен қатар қарастырылып отырған есепті шешудің сандық әдістері әзірленді және іске асырылады.

Импульстік әсерлер мезеттері бекітусіз сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шешімді табу алгоритмдері жасалады және олардың жинақталу шарттары алынады, қарастырылып отырған есептің шешілімділік шарттары алынады, қарастырылып отырған есептің шешімінің "жақсы" бастапқы жуықтауын таңдау тәсілдері ұсынылады, және де қарастырылып отырған есепті шешудің сандық әдістері әзірленеп, жүзеге асырылады. Сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есептің "оқшауланған" шешімі ұғымына ұқсас қарастырылып отырған есептің "оқшауланған" шешімінің анықтамасы енгізіліп, оның "оқшауланған" шешімінің бар болу критерийлері тағайындалады.

Әлсіз-бейсызық планарлық үзілісті динамикалық жүйелер үшін импульстік циклдардың бар болуы шарттары алынады және алынған нәтижелер сызықтық емес үйкелісі бар механикалық тербелмелі импульс әсерлі жүйелерді, және де импульстік вакцинациясы бар эпидемиологиялық SIR модельдерін талдау үшін қолданылады.

Әлсіз-бейсызық N-өлшемді дифференциалдық теңдеулер жүйелері және импульстік түрткілері энергетикалық функционалдың деңгей сызықтарында болатын әлсіз-бейсызық параболалық дифференциалдық теңдеулер үшін глобалды шешімділік, диссипативтілік шарттары алынады және импульстік траекториялардың омега-шектік жиындарының топологиялық қасиеттері зерттеледі.

ҚОЛ ЖЕТКІЗІЛГЕН НӘТИЖЕЛЕР

Джумабаевтың параметрлеу әдісімен уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есеп зерттелді. Қарастырылып отырған есеп параметрлері бар сызықты емес қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін көп нүктелі шеттік есеке келтірілді. Параметрлер саны есеп қарастырылатын аралықты бөліктерге бөлу санына байланысты. Параметрлеу әдісінің өзгертілген алгоритмі ұсынылды. Осы алгоритмдердің жинақты болуының жеткілікті шарттары тұжырымдалып, дәлелденді. Сонымен қатар, бұл шарттар уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептің шешілімділік шарттары болып табылады.

Сызықтық емес есептерді, атап айтқанда, уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептерді шешуде жақсы бастапқы жуықтауды таңдау – сандық әдістің сәтті және жылдам жинақталуы үшін өте маңызды. Жақсы бастапқы жуықтау дәл шешімге жету үшін қажетті итерациялар санын азайтады. Параметрлеу әдісін қолдану арнайы түрдегі операторлық теңдеуін құруға әкелді. Оператор дифференциалдық теңдеудің оң жағы, импульстік әсер ету шарттары, қарастырылып отырған есептің шеттік шарттары бойынша құрылады. Бұл операторлық теңдеудің шешімі уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бастапқы жуықтауының мәндерінің векторы болатыны дәлелденді. Осылайша, уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бастапқы жуықтауын жасалған алгоритмдер негізінде таңдау тәсілі ұсынылды.

MathCAD қолданбалы бағдарламалар пакетінде уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесінің жуық шешімін табудың есептеу парағы жасалды. Бұл есептеу парағы сынақ мысалдарында жүзеге асырылды.

Джумабаевтың параметрлеу әдісімен сызықтық екі нүктелі шарттарға бағынатын импульстік әсерлер мезеттері бекітусіз сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есеп зерттелді. Қарастырылып отырған есеп параметрлері бар шеттік есепке келтірілді. Қарастырылып отырған есептің шешудің параметрлеу әдісінің өзгертілген алгоритмі ұсынылған, оның әр қадамы параметрлерге қатысты операторлық теңдеуін шешуден, импульстің әсер ету моменттеріне қатысты сызықтық емес теңдеуден және параметрлері бар дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есептерінің ақырлы жиынтығын шешуден тұрады. Импульстік әсерлер мезеттері бекітусіз сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесін зерттеу үшін екі нүктелі шеттік есептің шешілімділік шарттары алынды. Есептің бастапқы деректеріне негізделген бастапқы жуықтауды таңдау үшін сызықты емес оператор енгізіледі. Сәйкес операторлық теңдеуді шешу әдістері ұсынылады және шешілу шарттары алынады. Ұсынылған тәсіл импульстік әрекеттің белгісіз моментін локализациялауға мүмкіндік береді. Импульстік әсер мезеті бекітусіз (белгісіз) сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есепті шешу алгоритмдері Python бағдарламалау тілі көмегімен сандық жүзеге асырылады.

Импульстік әсер мезеті бекітусіз сызықты емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептің "оқшауланған" шешімінің анықтамасы енгізілді. Бұл ұғым берілген шардың ішіндегі осындай шешімді көршілес траекториялардан бірегей түрде бөліп алуға мүмкіндік береді. Импульстік әсер мезеті бекітусіз сызықты емес дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есептің оқшауланған (енгізілген анықтама мағынасында) шешімінің тексерілетін бар болу критерийлері тағайындалы.

Импульстік әсері бар сызықтық емес дифференциалдық теңдеулердің SIR моделінде периодты дерлік импульстік шешімді құру және зерттеу мәселесі қарастырылды. Бұл шешім уақыттың бекітілген периодты "дерлік" мезеттерінде вакцина алынған кездегі вирустық инфекцияның таралуының тербелмелі процесін модельдейді. Импульстік параметрлерге белгілі шарттар қойылғанда "infection-free" периодты дерлік импульстік шешімнің бар болуы көрсетілді және оның орнықты болуы туралы теорема дәлелденді.

ЖОБАНЫҢ МАҚСАТЫ

Уақыттың бекітулі және бекітусіз мезеттеріндегі импульстік әсері бар дифференциалдық теңдеулері мен импульстік динамикалық жүйелер үшін шеттік есептер мен шектік режимдерді зерттеудің жаңа сандық және аналитикалық әдістерін әзірлеу, осы есептердің шешілімділік шарттарын тағайындау, шешімдерін жуықтап табу, шекаралық жиындардың маңайында шешімдердің қасиеттерін зерттеу.

ЖОБАНЫҢ НЕГІЗГІ ЕСЕПТЕРІ

- Уақыттың бекітілген мезеттерінде импульстік әсерге ұшырайтын сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер жүйелеріне арналған шеттік есептердің жаңа кластары үшін: шешімді табудың тиімді аналитикалық және сандық алгоритмдері әзірленеді, оқшауланған шешімдер бар болудың қажетті және жеткілікті шарттары тағайындалады, шешімнің бастапқы жуықтауын таңдау тәсілдері жасалады, шешудің алгоритмін сандық жүзеге асыруы ұсынылады.
- Импульстік әсер мезеттері бекітусіз дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін шеттік есептердің шешімі бар болуы туралы нәтижелер дәлелденеді, шешімдерді табу алгоритмдері жасалады, оқшауланған шешімдер бар болудың қажетті және жеткілікті шарттары тағайындалады, шешімнің бастапқы жуықтауын таңдау тәсілдері жасалады, шешім табу алгоритмінің сандық жүзеге асырылуы келтіріледі. Уақыттың бекітусіз мезеттерінде импульс әсерлі эволюциялық теңдеулер үшін глобалды шешілімділіктің жаңа шарттары ұсынылады және шектік режимдердің топологиялық қасиеттері зерттеледі.
- Траекториялары фазалық кеңістіктің белгілі бір ішкі жиынына жеткенде импульстік түрткіге шалдығатын үзілмелі динамикалық жүйелер үшін шеттік есептердің шешімдерін аналитикалық және жуықтап табу мәселелері зерттеледі, сонымен бірге глобалды шешімдердің бар болуы туралы жаңа теоремалар беріледі және олардың шекаралық жиындарының топологиялық қасиеттері зерттеледі.

Жобаның міндеттері бір-бірімен тығыз байланысты: бекітулі түрткілері бар есептердің нәтижелері бекітусіз импульстік әсері бар дифференциалдық теңдеулер жүйесін талдауда айтарлықтай пайдаланылады, бұл өз кезегінде импульстік динамикалық жүйелерді зерттеуге негіз болады.

Мәлімделген нәтижелер жәй дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есептердің шешімдерін табуға арналған профессор Д.С. Джумабаевтың (жоба жетекшісінің ұстазы) параметрлеу әдісі идеяларын және академик Н.А. Перестюктің (шетелдік жоба орындаушысының ұстазы) импульстік әсерімен дифференциалдық теңдеулердің сапалы теориясының әдістерін біріктіру негізінде алынады.

Жоба жетекшісі мен зерттеу тобының мүшелерінің ғылыми нәтижелері жобаның мақсатына жетуге негіз болады.

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

- сызықтық емес дифференциалдық теңдеулер
- сызықтық емес шеттік есеп
- импульс әсері
- уақыттың тұрақты емес мезетіндегі импульс әсері
- шешу әдістері
- оқшауланған шешімдер
- сандық жүзеге асыру
- шешімділік критерийлері
- импульстік динамикалық жүйе

**ЗЕРТТЕУ ТОБЫНЫҢ
МҮШЕЛЕРІ**

№	ТАӘ	Лауазымы	Researcher ID	Scopus Author ID	ORCID
1	Темешева С.М.	Жоба жетекшісі	O-1096-2014	16065086100	0000-0002-3341-4539
2	Капустян А.В.	БҒҚ 0.5 мөлш.	N-6439-2014	15837478900	0000-0002-9373-6812
3	Тлеулесова А.Б.	БҒҚ 0.25 мөлш.	P-7557-2014	57192193445	0000-0001-5987-3568
4	Кабдрахова С.С.	БҒҚ 0.25 мөлш.	ACU-8668-2022	56747919300	0000-0002-0680-4099
5	Кадирбаева Ж.М.	БҒҚ 0.25 мөлш.	AAN-7014-2020	57195808858	0000-0001-8861-4100
6	Абдиманапова П.Б.	АҒҚ 0.5 мөлш.	AGL-5512-2022	56990021100	0000-0001-8879-9985
7	Оразбекова А.С.	ҒҚ 0.25 мөлш.	AGX-2331-2022	58286925200	0000-0002-5396-3893
8	Аширов С.Б.	КҒК 0.25 мөлш.	JPL-0392-2023		0009-0008-6654-7531

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР САНЫ**

Зерттеу нәтижелері бойынша 4 ғылыми мақала жарияланды, оның ішінде:

- **Web of Science Clarivate Analytics** дерекқорына және импакт-факторы бар **Scopus** дерекқорына кіретін халықаралық рейтингі бар журналдарда 3 мақала;
 - **Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған қазақстандық журналда 1 мақала;**
- және халықаралық конференциялар материалдарында 10 тезис жарияланды.**

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР ТІЗІМІ**

Web of Science Clarivate Analytics дерекқорына және импакт-факторы бар Scopus дерекқорына кіретін халықаралық рейтингі бар журналдардағы ғылыми мақалалар:

1. Kapustyan Oleksiy, Fedorenko Juliya and Temesheva Svetlana. "Asymptotic behavior of impulsive parabolic problem with infinite-dimensional impulsive set", *Georgian Mathematical Journal*, vol. 32, no. 5, 2025, pp. 859-868.
<https://doi.org/10.1515/gmj-2025-2017>
2. Tleulessova, A.B., Temesheva, S.M., Orazbekova, A.S. "On a nonlinear boundary value problem with impulse action", *Open Math*, vol. 23, no. 1, 2025, pp. 20250176.
<https://doi.org/10.1515/math-2025-0176>
3. Kapustyan, O., Temesheva, S., Tleulessova, A. "Attracting sets in sup-norms for mild solutions of impulsive-perturbed parabolic semilinear problems", *AIMS Math*, vol. 10, no. 8, 2025, pp. 19173–19188.
<https://doi.org/10.3934/math.2025857>

Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған қазақстандық журналда жарық көрген мақала:

Темешева С.М., Кадирбаева Ж.М., Аширов С.Б. Параметрі бар жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін көпнүктелі шеттік есептің шешілімділігі // ҚБТУ Хабаршысы. № 3 (22), 2025. - Б. 210-220.

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-3-210-220>

Халықаралық конференциялар материалдарында жарияланған тезистер:

1. Temesheva S.M. On the initial approximation of the solution to a nonlinear boundary value problem with impulsive action for a differential equation // International Summer School & Conference on Evolution Equations, Approximation and Spectral optimization EEASO-2024. September 11-14, 2024 (Summer School) September 16-18, 2024 (Conference) Almaty, Kazakhstan. - P. 40-41
https://drive.google.com/file/d/14hlpeSN2A06_854xBpizCuNcpBrca9kZ/view
2. Kabdrakhova S.S. On a method for solving a semi-periodic boundary value problem for a non-classical fourth-order equation // International Summer School & Conference on Evolution Equations, Approximation and Spectral optimization EEASO-2024. September 11-14, 2024 (Summer School) September 16-18, 2024 (Conference) Almaty, Kazakhstan. - P. 18-19
https://drive.google.com/file/d/14hlpeSN2A06_854xBpizCuNcpBrca9kZ/view

3. Tleulessova A.B., Orazbekova A.S. On the solvability of a problem with impulsive action//International Summer School & Conference on Evolution Equations, Approximation and Spectral optimization EEASO-2024. September 11-14, 2024 (Summer School) September 16-18, 2024 (Conference) Almaty, Kazakhstan. - P. 42
https://drive.google.com/file/d/14hlpeSN2A06_854xBpizCuNcpBrca9kZ/view
4. Abdimanapova P.B. On the solvability of the nonlinear nonlocal boundary value problem for a system of hyperbolic equations // V Міжнародна конференція, присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана. 23 - 27 вересня 2024 року, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. Тези доповідей – P. 108 <https://hahn.chnu.edu.ua/media/odbldmui/book-of-abstracts.pdf>
5. Kadirbayeva Zh.M. Solving problem for impulsive differential equations with loadings // V Міжнародна конференція, присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана. 23 - 27 вересня 2024 року, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. Тези доповідей – P. 144
<https://hahn.chnu.edu.ua/media/odbldmui/book-of-abstracts.pdf>
6. Temesheva S.M., Ashirov S. On Choosing the Initial Approximation for a Boundary Value Problem with Impulsive Action // V Міжнародна конференція, присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана. 23 - 27 вересня 2024 року, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. Тези доповідей – P.182-183
<https://hahn.chnu.edu.ua/media/odbldmui/book-of-abstracts.pdf>
7. Kadirbayeva Zh.M. An Efficient Numerical Method For Solving Problem for Impulsive Differential Equations with Loadings Subject to Multipoint Conditions // REPORTS OF QUALITDE, Volume 3, 2024. – P. 119-124.
https://rmi.tsu.ge/eng/QUALITDE-2024/Kadirbayeva_workshop_2024.pdf
8. Temesheva S.M., Abdimanapova P.B. On the Solvability of a Family of Nonlinear Two-Point Boundary Value Problems for Systems of Integro-Differential Equations and its Application // REPORTS OF QUALITDE, Volume 3, 2024. – P. 275-281. https://rmi.tsu.ge/eng/QUALITDE-2024/Temesheva_Abdimanapova_workshop_2024.pdf
9. Abdimanapova P.B., Kabdrakhova S.S. About an algorithm for solving a two-point boundary value problem with impulsive effect for linear systems of ODEs // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня науки Республики Казахстан. Сборник тезисов. Алматы: Институт математики и математического моделирования, 2025. 301 с. Каз., рус, eng. ISBN 978-601-08-5014-9 – С. 156-157
10. Temesheva S.M., Tleulessova A.B. On a boundary value problem with impulsive action for a system of nonlinear differential equations // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня науки Республики Казахстан. Сборник тезисов. Алматы: Институт математики и математического моделирования, 2025. 301 с. Каз., рус, eng. ISBN 978-601-08-5014-9 – С. 170-171