

РГП «Институт математики и математического моделирования» КН МОН РК



НАИМЕНОВАНИЕ
ПРОЕКТА

РУКОВОДИТЕЛЬ ПРОЕКТА

ГОДЫ ПРОЕКТА

СУММА
ФИНАНСИРОВАНИЯ

«Априорные оценки и корректность граничных задач теплопроводности и диффузии в вырождающихся областях»

д.ф.-м.н., профессор
Дженалиев Мувашархан Танабаевич

2020 – 2022

49 473,876 тыс. тенге:
2020 – 10 089,453 тыс. тенге, 2021 – 17 285,373 тыс. тенге, 2022 – 22 099,050 тыс. тенге

РЕФЕРАТ (АБСТРАКТ)
ПРОЕКТА

Объектом исследования являются:

- (а) прямые и обратные граничные задачи теплопроводности и диффузии в вырождающихся областях.
- (б) граничные задачи для нелинейных уравнений, в том числе для уравнений Бюргерса и Буссинеска, как с динамическими, так и с нединамическими граничными условиями,
- (в) задача о стабилизации для нагруженного параболического уравнения.

Актуальность исследований, проводимых по проекту, обосновываются следующими фактами: подходящими моделями движения жидкости в пористых средах являются также нелинейные уравнения Бюргерса и Буссинеска и их модификации. Процессы, протекающие в пористых средах, особую важность приобретают для глубокого осмысления и понимания в задачах разведки и эффективной разработки нефтяных и газовых месторождений.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Будут установлены априорные оценки в соболевских пространствах и доказаны теоремы об однозначной разрешимости граничных задач для одного нелинейного уравнения теплопроводности с *нединамическими граничными условиями в угловых областях, конусе и в вырождающихся областях общего вида*, когда уравнение содержит квадрат от производной искомого решения;

Будут установлены априорные оценки и однозначная разрешимость граничных задач для уравнения Бюргерса с нединамическими и динамическими граничными условиями в угловых областях, в конусе и в вырождающихся областях общего вида. Будет разработан эффективный алгоритм построения стабилизирующего воздействия для нагруженного оператора теплопроводности;

Будут установлены априорные оценки и разрешимость граничных задач для уравнения Буссинеска с нединамическими и динамическими граничными условиями в угловых областях, в конусе и в вырождающихся областях общего вида. Будет проведена численная реализация эффективного алгоритма по решению задачи стабилизации для нагруженного уравнения теплопроводности..

ЦЕЛЬ ПРОЕКТА

– Установить априорные оценки и качественные свойства решений прямых и обратных граничных задач теплопроводности и диффузии в вырождающихся областях. Отдельно будут рассматриваться задачи с динамическими и нединамическими граничными условиями.

– Разработать конструктивно реализуемый алгоритм решения задачи стабилизации для нагруженных уравнений параболического типа с помощью внешних воздействий.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТА

✚ Принципиальными отличиями и особенностями задач проекта являются: для прямых граничных задач теплопроводности и диффузии – это либо вырожденность области, либо ее многомерность, либо нелинейность уравнения, либо наличие динамических граничных условий, либо все указанные отличия присутствуют вместе.

✚ Доказать разрешимость линейных и нелинейных граничных задач теплопроводности и диффузии в вырождающихся областях. Модельными граничными задачами будут приняты задачи в треугольниках и конусах. Методами априорных оценок будет доказана разрешимость модельных граничных задач, определяемых начальным условием, в результате появляется возможность поставить начально-граничную задачу в нецилиндрической области без вырождения. Будут также установлены теоремы о разрешимости для ряда нелинейных уравнений, в том числе, уравнений Бюргерса и Буссинеска.

✚ Решить: задачи стабилизации с помощью внешних воздействий для нагруженных уравнений параболического типа. В этом направлении, ранее нам удалось создать теоретическую базу: доказать разрешимость указанной задачи стабилизации и предложить алгоритм ее решения в случае уравнения теплопроводности с нагруженным двумерным оператором Лапласа. Однако, рассмотренные нами примеры применения наших теоретических результатов показали, что алгоритм требует доработки с целью упрощения пошаговых процедур и повышения эффективности его реализации. Будет разработан алгоритм с более простой и конструктивной его реализацией;

✚ Изучить разрешимость обратных задач для дифференциальных уравнений в вырождающихся областях. Здесь много открытых вопросов как для теории, так и при численном решении обратных задач. Это важное направление получит развитие в данном проекте для обратных задач в угловых областях.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Уравнение теплопроводности в области с граничной точкой вырождения, априорная оценка в пространстве Соболева, корректность граничной задачи в конусе, задача с динамическим граничным условием, стабилизация решения нагруженного уравнения, обратная задача теплопроводности в угловой области.

ДОСТИГНУТЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследованы граничные задачи для одно- и двумерных уравнений Бюргерса и Буссинеска в угловой области, в конусе и в областях с нелинейным законом движения подвижной границы. Также рассмотрены задачи с граничными условиями: Дирихле, нелинейными типа Неймана, а также с динамическими граничными условиями. Исследование этих задач является важным шагом на пути развития теории нелинейных уравнений в вырождающихся областях. В соболевских пространствах установлены априорные оценки и доказаны теоремы об однозначной разрешимости рассматриваемых граничных задач. Результаты имеют прикладную важность в задачах математического моделирования тепловых и диффузионных процессов, эволюционирующих в вырождающихся областях. Они важны – как результаты исследования нового класса математических проблем.

ЧЛЕНЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ

№	Фамилия И.О.	Должность	Researcher ID
1	Дженалиев М.Т.	Рук. проекта	AAN-7571-2020
2	Рамазанов М.И.	ГНС, 0,5 ст.	U-8583-2018
3	Ергалиев М.Г.	СНС	AAN-7962-2020
4	Иманбердиев К.Б.	СНС 0,5 ст.	ID:56368315500
5	Касымбекова А.С.	НС 0,5 ст.	ID:57209364949
6	Аязбаева А.М.	МНС 0,5 ст.	AAN-8470-2020
7	Калибекова А.К.	МНС, 0,5 ст.	

КОЛИЧЕСТВО ПУБЛИКАЦИЙ ПО ПРОЕКТУ

По результатам исследований опубликовано 12 научных статей, в том числе:

- ✚ **5 статей** (Article) в международных рейтинговых журналах, входящих в БД **Web of Science** Clarivate Analytics и БД **Scopus** с импакт-фактором;
- ✚ **3 статьи** в международном рейтинговом журнале (входящем в БД Web of Science Clarivate Analytics, Emerging Sources Citation Index) без импакт-фактора;
- ✚ **4 статьи** в казахстанских журналах, рекомендованном КОКСОН.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ПРОЕКТУ

5 статей в международных рейтинговых журналах (входящих в БД Web of Science Clarivate Analytics и/или БД Scopus) с импакт-фактором:

- 1 Amangaliyeva M.M., Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I., Iskakov S.A.; On a boundary value problem for the heat equation and a singular integral equation associated with it // Applied Mathematics and Computation. – 2021. – 399: 15 June, 126009. 14p. (в SCOPUS: SJR 2020 = 0.972, процентиль 2020 = 95; в Web of Science: **Q1**, IF=4.091, процентиль в базе Journal Citation Reports: JIF процентиль=97.55, JCI процентиль=97.56).
- 2 Ramazanov M.I., Jenaqliyev M.T., Tanin A.O.; Two-Dimensional Boundary Value Problem of Heat Conduction in a Cone with Special Boundary Conditions // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2021. – Vol. 42, No. 12. P. 2913–2925 (в SCOPUS: SJR 2020 = 0.346, процентиль 2020 = 48).
- 3 Jenaliyev M.T., Assetov A.A., Yergaliyev M.G. On the solvability of the Burgers equation with dynamic boundary conditions in a degenerating domain // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42, No. 15. P.3661–3674 (мартовский номер 2022 г.). (в SCOPUS: SJR 2021 = 0.378, процентиль 2021 = 55) DOI: 10.1134/S199508022203012X.
- 4 Ramazanov M.I., Kosmakova M.T., Tuleutaeva Zh.M. On the solvability of the Dirichlet problem for the heat equation in a degenerating domain // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42, No. 15. P.3715–3725 (мартовский номер 2022 г.). (в SCOPUS: SJR 2021 = 0.378, процентиль 2021 = 55) DOI: 10.1134/S199508022203012X.
- 5 Jenaliyev M.T., Yergaliyev M.G., Assetov A.A., Ayazbayeva A.M., On a Neumann-type problem for the Burgers equation in a degenerate corner domain // Itogi Nauki i Tekhniki. Ser. Sovrem. Mat. Pril. Temat. Obz., 2022, Vol. 206, P. 42–62. DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2022-206-42-62>.

3 статьи в международном рейтинговом журнале (входящем в БД Web of Science Clarivate Analytics, Emerging Sources Citation Index) без импакт-фактора:

- 1 Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I., Assetov A.A. On Solonnikov-Fasano Problem for the Burgers Equation // Bulletin of the Karaganda University, Mathematics Series. – 2020. – № 2 (98). – P.69–83 (Web of Science, без импакт-фактора).
- 2 Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I., Tanin A.O.; To the solution of the Solonnikov-Fasano problem with boundary moving on arbitrary law $x = \gamma(t)$ // Bulletin of the Karaganda University, Mathematics Series. – 2021. – № 1(101). P. 37-49 (Web of Science, без импакт-фактора, КОКСОН).
- 3 Jenaliyev M., Yergaliyev M.G., Assetov A., Kalibekova A. On one initial boundary value problem for the Burgers equation in a rectangular domain // Bulletin of the Karaganda University, Mathematics Series. – 2021. – № 4(104). 16p. (Web of Science, без импакт-фактора, КОКСОН).

3 статьи в журналах, рекомендованных КОКСОН:

- 1 Jenaliyev M.T., Imanberdiyev K., Kassymbekova A., Yergaliyev M.G. On solvability of one nonlinear boundary value problem of heat conductivity in degenerating domains // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, № 1. – P.67–83.
- 2 Jenaliyev M.T., Yergaliyev M.G.; On Butgers equation with dynamic boundary conditions in angular domain // Kazakh Mathematical Journal. – 2021. – 21: 2. P. 15-46.

- 3** Ayazbayeva A.M., Imanberdiyev K.B., Kasymbekova A.S. On stabilization problem for a loaded heat equation: the two-dimensional case // Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. – 2021. – № 3(111). P. 3-15.
- 4** Imanberdiyev K.B., Kanguzhin B.E., Serik A.M., Uaissov B., Boundary Control of Rod Temperature Field with a Selected Point // Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. No. 2(114). 2022, P. 9–25. DOI: <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2022.v114.i2.02>.

ДАТА ОБНОВЛЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ

18 ноября 2022 года