

ҚР ҒЖБМ ҒК «Математика және математикалық моделдеу институты» РМК



ЖОБАНЫҢ АТАУЫ

«Күрделі құрылымдарға эллиптикалық және параболалық есептер»

ЖОБА ЖЕТЕКШІСІ

ф.-м.ғ.д., профессор
Даирбеков Нурлан Слямханович

ЖОБАНЫҢ ОРЫНДАЛУ
ЖЫЛДАРЫ

2022 – 2024 (30 ай)

ҚАРЖЫЛАНДЫРУ
СОМАСЫ

76 798650 теңге:
2022 – 11 987575 теңге, 2023 – 32 084175 теңге, 2024 – 32 726900 теңге

ЖОБАНЫҢ РЕФЕРАТЫ
(АБСТРАКТ)

Бұл жоба әртүрлі орталар арасындағы стратификацияланған жиындарды немесе интерфейстерді көрсететін күрделі құрылымдардағы сызықтық және сызықтық емес эллиптикалық және параболалық теңдеулер үшін шекаралық, спектрлік және кері есептердің шешілу мүмкіндігін зерттейді; олардың шешімдерінің сапалық қасиеттерін зерттеу; оларға үлгі күрделілігін азайту (Model Order Reduction) концепциясының қолданылуын анықтау. Осы мақсатта біз келесі нақты нәтижелерді алуды жоспарлап отырмыз: стратификацияланған жиынтықтағы Лаплац үшін Харнак теңсіздігінің аналогы; мұндай лаплац үшін алынбалы сингулярлық туралы теореманың аналогы; Дирихле есебінің стратифицирленген жиынтықта шешілетіндігін дәлелдейтін Пуанкаре – Перрон әдісін жүзеге асыру; евклид кеңістігінің аймақтарындағы эллиптикалық теңдеулер үшін шекаралық және спектрлік есептер үшін модель күрделілігін (Model order Reduction, MOR) азайту әдістерін осы аймақтарды стратификацияланған жиындармен жуықтау арқылы қолдану; стратифицирленген жиында электрөткізгіштік теңдеуі үшін Дирихле-Нейман операторын және Дирихле-Нейман мәліметтерінен өткізгіштікті қайта құрудың кері Кальдерон есебінің шешімін зерттеу; Гельдер кеңістігіндегі бос (белгісіз) шекарадағы кернеу тензорлары бар екі есе байланысқан облыстағы параболалық теңдеулер жүйесі үшін көпөлшемді сызықты емес классикалық емес есептің шешілетіндігі; салмақты Гелдер кеңістіктеріндегі бастапқы және шекаралық мәліметтер сәйкес келмейтін айнмалы коэффициенттері бар параболалық теңдеулер үшін тұрақты емес шекаралық есептердің шешілу мүмкіндігі. Қойылған мақсаттарға осы зерттеу саласына тән әдістер негізінде де, дербес дифференциалдық теңдеулер теориясының, функционалдық талдаудың және спектрлік теорияның жалпы әдістерінің негізінде де қол жеткізілетін болады.

КҮТІЛЕТІН НӘТИЖЕЛЕР

Келесі нәтижелер алынады: стратифицирленген жиынтықта - Лапласиан үшін Харнак теңсіздігінің аналогы; мұндай лаплац үшін алынбалы сингулярлық туралы теореманың аналогы; Дирихле есебінің шешілетіндігін дәлелдеу үшін Пуанкаре-Перрон әдісін енгізу; домендік стратификация арқылы шекаралық және спектрлік есептер үшін модель күрделілігін азайту (MOR) әдістерін қолдану; Дирихле – Нейманның деректері бойынша

электрөткізгіштік теңдеуі үшін Дирихле – Нейман операторын және өткізгіштікті қайта құрудың кері Кальдерон есебінің шешімін зерттеу. Еркін шекарадағы кернеу тензорлары бар екі есе байланысқан облыстағы параболалық теңдеулер жүйесі үшін көпөлшемді сызықты емес классикалық емес есептің Гөлдер кеңістігінде шешілетіндігі және бастапқы және шекаралық деректер сәйкес келмейтін айнымалы коэффициенттері бар параболалық теңдеулер үшін тұрақты емес шекаралық есептер болады. алынған. Web of Science деректер базасында импакт-фактор бойынша 1-ші, 2-ші және (немесе) 3-ші квартильге енгізілген және (немесе) Scopus деректер базасында кемінде 50 пайыздық көрсеткіші бар ғылыми журналдарда кемінде 3 мақала жарияланады. KOKSON ұсынған рецензияланған шетелдік немесе отандық басылымдағы 1 мақала; немесе Web of Science деректер базасында импакт-фактор бойынша 1-ші және (немесе) 2-ші квартильге енгізілген және (немесе) Scopus деректер базасында кемінде 65 пайыздық көрсеткіші бар ғылыми жарияланымдардағы кемінде 2 мақала; немесе Web of Science дерекқорындағы 1-квартильге енгізілген рецензияланған ғылыми жарияланымдағы кемінде 1 мақала немесе Scopus дерекқорындағы 95-тен кем емес процентиль.

1. Қабатты жиындардағы Лаплац үшін Харнак теңсіздігі дәлелденді. Стандартты түрдегі Харнак теңсіздігінің аналогы келесі жағдайда дәлелденеді: u – стратифицирленген жиында «жұмсақ Лапласиан» деп аталатын мағынадағы теріс емес гармоникалық функция. Біздің дәлелдеуіміз негізінен осындай Лапласиан үшін орташа теоремаға және Харнактың «сфералық» теңсіздігіне негізделген. Орташа мән теоремасының стратифицирленген нұсқасы және Харнактың сфералық теңсіздігі арнайы «рұқсат етілген» сфералар үшін ғана орындалады, сонымен қатар кейбір қосымша шектеулер кезінде де қолданылады, бұл классикалық аналогымен салыстырғанда Харнак теңсіздігін дәлелдеуді айтарлықтай қиындатады.
2. Қабатты жиындардағы Лаплац үшін алынбалы сингулярлық туралы теорема дәлелденді. Бұл теорема күшті күшті стратифицирленген жиында кейбір арнайы кеңейтілген функциялар класы үшін «жұмсақ» Лапласиан үшін тұжырымдалған. Мұндай жорамалдар бойынша шектелген гармоникалық функцияны гармоникалық болатындай етіп бүкіл жиынға кеңейтуге болады. Алынған нәтижелер қосымша файлда толығырақ сипатталған.
3. Дирихле есебінің стратификацияланған жиындардағы шешімі Пуанкаре-Перрон әдісін жүзеге асыру негізінде дәлелденді. Шекараның заңдылығы шартында (шекараның әрбір нүктесінде жергілікті бөгет салуға болады – нүктенің белгілі бір маңайында оң болатын супергармониялық функция, ал нүктенің өзінде ол жойылады) жоғарғы конверт барлық субгармоникалық функциялар (рұқсат етілген радиусы бар сфераның центріндегі бұл функцияның мәні осы функцияның сферадағы орташа мәнінен аспайды) Дирихле мәселесінің шешімі болып шығады (біз жұмсақ Лапласиан туралы айтып отырмыз). Нәтиже тек қатты күшті стратификацияланған жиынтықтар үшін орындалады. Жұмсақ лапласиандық деп аталатын Дирихле мәселесі үшін, «ішкі» қабаттар жазық деген қосымша болжам бойынша, ерікті өлшемдердің стратифицирленген жиындарына Пуанкаре-Перрон әдісінің жалпылауы алынады. Қабаттарға қатысты негізгі болжам - барлық қабаттардың ықшам тұйықталуы және ішкі қабаттардың жазық болуы. Негізгі нәтиже келесі мәлімдеме ретінде тұжырымдалады. Ω шекарасы дұрыс, Ω қатты күшті, $f \in \partial\Omega$ бойынша үздіксіз функция болсын. Сонда Перрон шешімі әдеттегі мағынада Дирихле мәселесінің шешімі болып табылады; анау. Ω бойынша гармоникалық, Ω бойынша үздіксіз және $\partial\Omega$ бойынша белгіленген мәндерді қабылдайтын функция.
4. Белгісіз аймақтардағы есеп берілген аймақтардағы эквивалентті сызықты емес есептерге дейін төмендейді. Сызықтық есеп және тұрақты коэффициенттері бар сәйкес үлгі конъюгация есебі анықталады. Гөлдер кеңістігінде модельдік есепті шешудің бірегей шешілу мүмкіндігі мен бағалары белгіленеді. Мәселе мұнайды сумен ығыстыру процесінің математикалық моделі. Белгісіздерге фазалық шекара (су мен мұнай арасындағы) және су мен мұнайдың қозғалыс жылдамдығы және су мен мұнайдағы қысым жатады. Есептің бастапқы және шекаралық мәліметтерін сәйкестендіру шарттары белгіленіп, олардың орындылығы негізделеді. Бұл шарттар белгісіз функциялардың Холдер кеңістігіне жататынын қамтамасыз етеді. Белгісіз домендердегі мәселе арнайы емес Ханзава координаттарын түрлендіру арқылы берілген, бастапқы домендердегі баламалы сызықты емес мәселеге дейін қысқарады. Есептің бастапқы деректерінен көмекші функциялар және сызықтық есеп құрастырылады және тұрақты коэффициенттері бар сәйкес модельді конъюгациялық есеп анықталды, Гөлдер кеңістігінде модель есебін шешуге арналған бағалар орнатылды.
5. Эллиптикалық теңдеулердің шекаралық мәні мен спектрлік есептері үшін стратифицирленген жиындар арқылы Евклид кеңістігінің аймақтарын жақындату модель күрделілігін азайту әдістерін (Model Order Reduction, MOR) қолдану арқылы жүзеге асырылды. Рэйлей принципін қолдана отырып, жіптер торының және мембрананың физикалық параметрлерінің жақындығының сәйкес шарттарында біркелкі тікбұрышты

жол торы жағдайы үшін бірінші меншікті мәннің бағасы алынады. Үш өлшемді жіптер торы мен серпімді текше спектрінің төмен жиілікті бөлігінің жақындығы да көрсетілген. Жіптердің тікбұрышты торларында оң жақ жақтарының әртүрлі жуықтаулары бар Пуассон есебі қарастырылып, сандық есептеулер жүргізіледі. Алынған сандық шешімдер екі өлшемді Пуассон есебінің соңғы айырымы шешімдерімен салыстырылады.

6. Қабатты жиындардағы электрөткізгіштік теңдеуі үшін Дирихле-Нейман операторы зерттелді. Тегіс шекарасы бар шектелген Ω облысын қарастырайық. γ Ω облысында екі рет үздіксіз дифференциалданатын оң функция (өткізгіштік) болсын. Электр өткізгіштік теңдеуі үшін аралас шекаралық есеп (Заремба есебі) қарастырылады. Сондай-ақ электрөткізгіштік теңдеуі үшін 3D операторы (Заремба-Нейман операторы) және 3D операторы (Заремба-Дирихле операторы) анықталған. Кері 3D есебі белгілі 3D операторынан γ -ті табудан тұрады, ал кері 3D мәселесі белгілі 3D операторынан γ -ны табудан тұрады. Әрі қарай, q үшін стационар Шредингер теңдеуі үшін Заремба шекаралық есебін қарастырамыз. Шредингер теңдеуінің Z-N операторы мен Z-D операторы анықталған. Сонда келесі тұжырым дұрыс болады: Шредингер операторы үшін кері Заремба – Нейман есебіндегі бірегейлік (Заремба – Дирихле мәселесі) $\gamma - 1$ ақырлы екі есе үздіксіз дифференциалданатын жағдай деген болжам бойынша электр өткізгіштік теңдеуі үшін сәйкес кері есептің бірегейлігін білдіреді. функциясы.
7. Гөлдер кеңістігіндегі сызықтық және сызықтық емес есептердің бар болуы, бірегейлігі және шешімдерінің бағалары дәлелденді. Параболалық теңдеулер жүйесі үшін бұрын сызықты емес еркін шекаралық есеп белгілі облыстардағы эквивалентті сызықты емес мәселеге Ханзава түрлендіруінің көмегімен қысқартылды. Есептің бастапқы деректері арқылы көмекші функциялар тұрғызылды және сызықтық есеп анықталды. Сызықтық есепті зерттеу R_n , $n \geq 2$ кеңістігінде сызықтық модель конъюгациясы есебін шешуге негізделген. Шаудер әдістерін қолдану және регуляризаторды құру, Гөлдер кеңістігіндегі шешімнің бар болуы, бірегейлігі және коэрцивтік бағалары дәлелденді. . Қысқарту кескіндері әдісімен сызықтық есептің бірегей шешімі бойынша алынған нәтижелерді пайдалана отырып, Гельдер кеңістігіндегі сызықтық емес есептің шешімін бар болуы, бірегейлігі және бағалаулары анықталады.
8. Салмақты Гөлдер кеңістігі анықталған және оның қасиеттері белгіленген. Модельдік екінші шекаралық есептің осы кеңістікте бар болуы, бірегейлігі және сингулярлық шешімін бағалау дәлелденді. Бастапқы және шекаралық мәліметтердің сәйкессіздігі бар айнымалы коэффициенттері бар параболалық теңдеу үшін үлгілік екінші шекаралық есеп зерттеледі. Есептің сингулярлық шешімін тікелей есептеулер арқылы анықталу аймағының шекарасына жақын және бастапқы $t=0$ моменті бойынша шешімнің сингулярлығын белгілейтін салмақты Гөлдер кеңістігі анықталады. Бұл кеңістіктің қасиеттері зерттелді. Нәтижесінде Гөлдер кеңістігіндегі сингулярлық шешімнің бар болуы, бірегейлігі және бағалаулары дәлелденді.
9. Қабатты жиындардағы электрөткізгіштік теңдеуі үшін Дирихле-Нейман операторы зерттелді. Тегіс шекарасы бар шектелген Ω облысын қарастырайық. γ Ω облысында екі рет үздіксіз дифференциалданатын оң функция (өткізгіштік) болсын. Электр өткізгіштік теңдеуі үшін аралас шекаралық есеп (Заремба есебі) қарастырылады. Сондай-ақ электрөткізгіштік теңдеуі үшін 3D операторы (Заремба-Нейман операторы) және 3D операторы (Заремба-Дирихле операторы) анықталған. Кері 3D есебі белгілі 3D операторынан γ -ті табудан тұрады, ал кері 3D мәселесі белгілі 3D операторынан γ -ны табудан тұрады. Әрі қарай, q үшін стационар Шредингер теңдеуі үшін Заремба шекаралық есебін қарастырамыз. Шредингер теңдеуінің Z-N операторы мен Z-D операторы анықталған. Сонда келесі тұжырым дұрыс болады: Шредингер операторы үшін кері Заремба-Нейман есебіндегі бірегейлік (Заремба-Дирихле есебі) $\gamma - 1$ соңғы екі рет үздіксіз дифференциалданатын болжамдағы электрөткізгіштік теңдеуі үшін сәйкес кері есептің бірегейлігін білдіреді. функциясы.

	10. Салмақты Гөлдер кеңістігі анықталған және оның қасиеттері белгіленген. Модельдік екінші шекаралық есептің осы кеңістікте бар болуы, бірегейлігі және сингулярлық шешімін бағалау дәлелденді. Бастапқы және шекаралық мәліметтердің сәйкессіздігі бар айнымалы коэффициенттері бар параболалық теңдеу үшін үлгілік екінші шекаралық есеп зерттеледі. Есептің сингулярлық шешімін тікелей есептеулер арқылы өлшенген Гөлдер кеңістігі анықталады, ол анықталу аймағының шекарасына жақын жерде шешімнің сингулярлығын және $t=0$ бастапқы моментін белгілейді. Бұл кеңістіктің қасиеттері зерттелді. Нәтижесінде Гөлдер кеңістігіндегі сингулярлық шешімнің бар болуы, бірегейлігі және бағалаулары дәлелденді.
ЖОБАНЫҢ МАҚСАТЫ	Жоба мақсаттары: стратифицирленген жиындардағы гармоникалық функциялардың классикалық сапалық қасиеттерінің аналогтары, Дирихле есебінің классикалық шешімі, лапласианның спектрлік қасиеттері, Кальдерон кері есебі, сонымен қатар параболалық жүйелер үшін еркін шекарасы бар классикалық емес есеп және бастапқы және шекаралық мәндердің сәйкес келмейтін тұрақты емес есеб.
ЖОБАНЫҢ НЕГІЗГІ ЕСЕПТЕРІ	• Қабатты жиындардағы Лаплас үшін Харнак теңсіздігінің аналогы. • Осындай лаплас үшін алынбалы сингулярлық туралы теореманың аналогы. • Дирихле есебінің стратификацияланған жиындардағы шешіміне арналған Пуанкаре-Перрон әдісін енгізу. • Евклид кеңістігінің аймақтарындағы эллиптикалық теңдеулер үшін шекаралық және спектрлік есептер үшін модель күрделілігін азайту әдістерін (Model Order Reduction, MOR) осы аймақтарды стратификацияланған жиындармен жуықтау арқылы қолдану. • Дирихле-Нейман мәліметтерінен электрөткізгіштік теңдеуі үшін Дирихле-Нейман операторын зерттеу және электрөткізгіштіктің кері Кальдерон есебінің шешімін Дирихле-Нейман мәліметтерінен қайта құру. • Гөлдер кеңістігіндегі бос (белгісіз) шекарадағы кернеу тензорлары бар екі есе байланысқан облыстағы параболалық теңдеулер жүйесі үшін көпөлшемді сызықты емес классикалық емес есептің шешілу мүмкіндігі. • Салмақты Гөлдер кеңістіктеріндегі бастапқы және шекаралық мәліметтер сәйкес келмейтін айнымалы коэффициенттері бар параболалық теңдеулер үшін тұрақты емес шекаралық есептердің шешілу мүмкіндігі.
ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР	эллиптикалық теңдеу, параболалық теңдеу, стратификацияланған жиынтықтарды талдау, Харнак теңсіздігі, алынбалы мүмкіндіктер, Дирихле – Нейман операторы, Кальдерон проблемасы еркін шекарамен есептер.

**ЗЕРТТЕУ ТОБЫНЫҢ
МҮШЕЛЕРІ**

№	ТАӘ	Лауазымы	Researcher ID	Scopus Author ID	ORCID
1	Даирбеков Н.С.	Жоба жетекшісі	E-2907-2012	6603301056	0000-0002-2725-7549
2	Пенкин О.М.	БҒҚ 0.5 мөлш.	O-1512-2017	6602264669	0000-0001-9547-7597
3	Бижанова Г.И.	БҒҚ 0.5 мөлш.		56043987500	
4	Сарыбекова Л.О.	ЖҒҚ 0.5 мөлш.	O-1102-2017	7801523452	0000-0001-8252-477
5	Зимин Р.Н.	АҒҚ 0.5 мөлш.	O-2459-2017	51061881700	0000-0001-7281-7739
6	Ощепкова С.Н.	АҒҚ 0.5 мөлш.			0000-0001-9555-541
7	Калдыбекова Б.	ҒҚ 0.5 мөлш.		57189373260	0000-0003-4740-5104
8	Умбетова К.М.	Математик 1 категория 1 мөлш.			
9	Жаңабекқызы А.	Математик, 0.5. мөлш.			

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР САНЫ**

Зерттеу нәтижелері бойынша Web of Science Clarivate Analytics деректер базасына және импакт-факторы бар Scopus деректер базасына енгізілген халықаралық рейтингтік журналда 2 ғылыми мақала жарияланды;

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР ТІЗІМІ**

Импакт-факторы бар халықаралық рейтингтік журналдағы 2 мақала (Web of Science Clarivate Analytics дерекқорына және/немесе Scopus дерекқорына енгізілген):

1. Dairbekov, N.S., Penkin, O.M., Savasteev, D.V. Harnack's Inequality for Harmonic Functions on Stratified Sets, Siberian Mathematical Journal, 2023, 64(5), с. 1137–1144;
2. Dairbekov N.S., Penkin O.M., Savasteev D.V., Removable Singularities of Harmonic Functions on Stratified Sets, Symmetry 2024, 16(4), 486, с. 1-17 <https://doi.org/10.3390/sym16040486> (Journal Rank: JCR - Q2 (Multidisciplinary Sciences) / CiteScore - Q1 (General Mathematics), Impact Factor: 2.7 (2022); 5-Year Impact Factor: 2.7 (2022))

Тезистер:

1. Даирбеков Н.С. «Дифференциальные уравнения и функциональные пространства на стратифицированных множествах», «Об устранимой особенности гармонической функции на стратифицированном множестве» // Тезисы докладов Традиционной межд. апрельской научной конференции. – 2023. – Алматы. – С. 14.
2. Пенкин О.М., «О неравенстве Харнака для мягкого лапласиана на стратифицированном множестве» // Тезисы докладов Традиционной межд. апрельской научной конференции. – 2023. – Алматы. – С. 100.
3. Зимин Р.Н., «О близости низкочастотных частей спектров колебаний мембран и сеток из струн» // Тезисы докладов Традиционной межд. апрельской научной конференции. – 2023. – Алматы. – С. 173.
4. Bizhanova G.I. The weighted Hölder spaces generated by the problems for the parabolic equations with incompatible initial and boundary data // Тезисы докладов Традиционной межд. апрельской научной конференции. – 2023. – Алматы. – С. 130.
5. Bizhanova G.I., Solutions of the non regular boundary value problems for the parabolic equations with the variable coefficients, сборник тезисов Традиционной международной апрельской математической конференции в честь Дня науки республики Казахстан, Алматы, 16 - 19 апреля 2024, с. 204.
6. Зимин Р.Н., Оценка низкочастотной части спектра трехмерных сгущающихся сеток из струн, сборник тезисов Традиционной международной апрельской математической конференции в честь Дня науки республики Казахстан, Алматы, 16 - 19 апреля 2024, с. 172 - 173.

**АҚПАРАТТЫ ЖАҢАРТУ
КҮНІ**

1 тамыз 2024 жыл