

ҚР ҒЖБМ ҒК «Математика және математикалық моделдеу институты» РМК



ЖОБАНЫҢ АТАУЫ

ЖОБА ЖЕТЕКШІСІ

**ЖОБАНЫҢ ОРЫНДАЛУ
ЖЫЛДАРЫ**

**ҚАРЖЫЛАНДЫРУ
СОМАСЫ**

«Комбинаторлық К-теориясының қолданыстары»

ҚР ҰҒА академигі
Жұмаділдаев Асқар Серқұлұлы

2022 – 2024 (30 ай)

71,7 млн. теңге:
2022 – 10,8 млн. теңге, 2023 – 30,8 млн. теңге, 2024 – 30,1 млн. теңге

**ЖОБАНЫҢ РЕФЕРАТЫ
(АБСТРАКТ)**

Бұл жобада біз асимптотикалық, ықтималдық және санамалы есептерге комбинаторлық К-теориясының қолданылуына назар аударамыз. Көрсетулер теориясы мен ықтималдық арасындағы өте тығыз өзара әрекеттестік белгілі және біз комбинаторлық К-теориясында пайда болатын құралдарды пайдалана отырып, ұқсас байланыстарды дамытқымыз келеді. Бұл бағытта жұмыс өте аз жасалған, және біз алынған нәтижелерді кеңетіп құралдарды зерттеуді мақсат етіп отырмыз. Біз талқылап жатқан проблемалар табиғи және маңызды, яғни дуал Гротендик полиномдары (зерттеуге тырысатын) ықтималдықтар теориясындағы белгілі соңғы өту перколяциясы моделінің таралу формулаларында табиғи түрде (және күтпеген жерден) пайда болады. Біз симметриялы және қиғаш симметриялы генераторлармен пфаффиандар мен хафниандарды зерттейміз. Сонымен қатар, біз оптималды кодтарды, MDS кодтарын, шекті сақиналардағы кодтарды зерттейміз. Бұл кодтар мен код кітаптары және өзара бейтарап базистер арасында терең байланыстар бар. Сондай-ақ информатикаға, кванттық ақпарат теориясына және кванттық физикаға қосымшалар қарастырылады.

КҮТІЛЕТІН НӘТИЖЕЛЕР

- Ласку-Прагач және Якоби-Труди тепетендіктерді біріктіретін Гамель-Голден типті тепетендіктердің аналогтарын табу. Нәтижелер мен дәлелдеу әдістерін Гротендик полиномдарының әртүрлі түрлеріне кеңейту.
- Канондық Гротендик функцияларының Шур ыдырауында структурлық коэффициенттердің комбинаторлық түсіндірмесін беру.
- К-теориялық Бендер-Кнуттың жазықтықтағы жіліктеулерде және мәндері бар кестелерде комбинаторлық операцияларын талдау және олардың арасындағы байланысты зерттеу.
- Дуал Гротендик полиномдарының базисының оң мысалдарының классификациясын келтіру.
- Шур процестерінің белгілі мысалына ұқсас Гротендик өлшемдері мен процестерін талдау. Гротендик полиномдары үшін бозон-фермиондық сәйкестікті зерттеу.

- Гротендик полиномдарының спецификациясынан туындайтын өлшемдерді (және олардың шектерін) зерттеу.
- Жазықтықтағы жіліктеулерінің жаңа статистикасын және дуал Гротендик полиномдарының комбинаторлық көрсетулерінен туындайтын олардың жалпылауларын зерттеу.
- Гротендик полиномдарының көмегімен модельді (әртүрлі параметрлері бар) талдау.
- Симметриялы топтағы Планшерель шамасының К-теориялық аналогы ретінде Планшерель-Гекке өлшемін талдау.
- Симметриялық матрицаның пфаффианың симметрия группаларын табу.
- Диздр группалардың инварианттарын зерттеу.
- Тригонометриялық функциялардың пфаффиандарын есептеу.
- Сопакшалар мен доғаларға негізделген автоортогональды кодтар және сәйкес кванттық кодтар.
- Арнайы сақиналардағы кодтар және сәйкес кванттық кодтарды шығару.

ҚОЛ ЖЕТКІЗІЛГЕН НӘТИЖЕЛЕР

- Ласку-Прагач және Якоби-Труди тепетендіктерді біріктіретін Гамель-Голден типті тепетендіктердің аналогтары табылды. Нәтижелер мен дәлелдеу әдістерін Гротендик полиномдарының әртүрлі түрлеріне кеңейтілген. Кейбір формулаларды дәлелдеуде жазық емес үш өлшемді тор жолдарының модельдері қолданылды. Кейбір белгілі детерминанттық сәйкестіктер бұрыннан табылған. Бұл формулалар Гротендик функциялары теориясы үшін іргелі маңызды болып табылады және одан әрі қолдану үшін құрал ретінде қызмет етеді.
- Канондық Гротендик функциялары зерттелінді. Канондық Гротендик функцияларының Шур ыдырауында структурлық коэффициенттердің комбинаторлық түсіндірмесін берілген. Кристалл структураларына негізделген Шурдың оңдығының теория жүзінде көрсетілген дәлелі белгілі. Мұндағы мәселе канондық Гротендик функцияларының Шур кеңеюіндегі структурлық коэффициенттердің комбинаторлық түсіндірмесін беру болды. Бұл кестелердің тор жолымен және комбинаторикасымен байланысты.
- Қателерді түзететін кванттық кодтар кейбір симплекстік скаляр көбейтіндісіне қатысты өзіндік ортогональды классикалық кодтарды қолдану арқылы құрастырылды. Кванттық тұрақтандырғыш Q кодын құру белгілі бір қасиеттерді қанағаттандыратын минималды қашықтықпен симплектикалық кеңістікте аддитивті кодтарды құруға дейін азаяды. Симплекстік кеңістік өзара бейтарап негіздермен өте тығыз байланыста.
- Симметриялық матрицаның пфаффианың симметрия группалары табылды.
- Жазықтықтағы бөлімдер мен мәндері бар кестелер бойынша K -теориялық комбинаторлық Бендер-Кнут операцияларына талдау жасалып, олардың арасындағы байланыстар зерттеледі. Осы K -теориялық объектілер бойынша қосымша структуралар анықталды. Жазық бөлімдерге арналған Бендер-Кнут амалдарының K -теориялық аналогтары зерттелді және симметриялық функциялар алгебрасы стандартты инволюциясын қолданғаннан кейін дуал Гротендик көпмүшелеріне сәйкес келетін бөлімдері бар жартылай стандартты кестелер үшін алынған. Осы объектілердегі кристалдық операторларға ұқсас алгоритмдер алынған. Бұл алгоритмдердің N -матрицалардағы аналогтары да зерттелді. Бұл операциялар кейбір жиындарда инъекциялық және операторларды көтеру сияқты әрекет ететіні анықталды.
- K -теориялық базистеріне шолу жасалды. Дуал Гротендик көпмүшелерінің базистерінің оң мысалдарының классификациясы келтірілген. K -теориялық базистерінің және Гротендик көпмүшелерінің оңдылығы мәселелері зерттелді. Дуал Гротендик көпмүшелерінің оң мамандануларының классификациясы үшін гипотеза алынды.
- Шур процестерінің белгілі мысалына ұқсас шаралар мен Гротендик процестері талданады. Гротендик көпмүшеліктері үшін бозон-фермион сәйкестігі зерттеледі. Зерттелетін процестер ықтималдық және қолдану тұрғысынан маңызды және симметриялы топ үшін Планшерель өлшемдерін талдаумен байланысты Шур процестерін жалпылады.
- Бұрыштардың бірінде бірдей ықтималдықпен ұяшықты қосу арқылы алынған бүтін бөлімдердің тізбегін алудың кездейсоқ процесін қарастырайық. Бұл Марков процесі бұрыштық өсу моделі деп аталады. Бұл процесте λ бөлімін алу ықтималдығы $p(\lambda)$ болсын. Бұл процесс қос Гротендик полиномдарымен байланысты екені анықталды.
- Сопақшалар мен доғаларға негізделген автоортогональды кодтар және олармен байланысты кванттық кодтар қарастырылады. Оңтайлы кванттық кодтардың (атап айтқанда, MDS және MDS -ке жақын) жаңа конструкцияларын алу және кейбір белгілі кодтардың геометриялық сипаттамасы бойынша жұмыс жүргізуде. Кейбір белгілі оңтайлы кванттық кодтардың комбинаторлық түсіндірмесі әзірленді.
- Жазықтықтардағы бөлімдерге ықтималдық қосымшалары қарастырылады. Гротендик көпмүшеліктерін нақтылау нәтижесінде туындайтын өлшемдер (және олардың шектері), үлестірімдерге сәйкес келетін жазық

бөлімдер мен ромбты тақтайшалар бойынша статистика арқылы комбинаторлық объектілермен байланысты шекті формалар зерттелді. Шұр көпмүшелеріне ұқсас нормаланған Гротендиек көпмүшелерінің асимптотикасының талдауы берілген. Бөлімдердің жазықтықтағы бұрыштық таралулары талданады.

- Жазықтықтардағы бөлімдердің жаңа статистикасы және қос Гротендиек көпмүшелерінің комбинаторлық көріністерінен туындайтын олардың жоғары жалпылаулары талданады және зерттеледі. Жазық бөлімдердегі жоғары және көлем статистикасы арасындағы теңестіру нәтижелері үшін екіжақты дәлелдер келтірілген. Хиллман-Грассль формулаларының аналогтары және Стэнли ізін құру функциялары берілген.
- Соңғы өту перколяциясының моделі зерттелді. Модель (әртүрлі параметрлері бар) Grothendieck көпмүшеліктерінің көмегімен талданған. Гротендиек полиномдарының бұрыштық өсу моделіне және мамандануына байланысты өлшемдер талданады. Асимптотикалық талдау жасалды.
- Планшерель-Гекке өлшемі симметриялық топтағы Планшерель өлшемінің К-теориялық аналогы ретінде талданады. Атап айтқанда, Планшерель-Гекке өлшемін ескере отырып, кездейсоқ бөлімдердің пішіні туралы гипотеза зерттеледі.
- Тригонометриялық функциялардың пфаффиандары есептелді
- Арнайы сақиналар үстіндегі кодтар қарастырылып, сәйкес кванттық кодтар шығарылады. Жаңа оңтайлы кванттық кодтар табылды. Информатикаға, кванттық ақпарат теориясына және кванттық физикаға қосымшалар қарастырылады.

ЖОБАНЫҢ МАҚСАТЫ

Комбинаторлық К-теориясының құралдарын пайдалана отырып, көбінесе асимптотикалық, санамалық және ықтималдық сипаттағы өзара байланысты есептер тізімін зерттеу; симметриялы және қиғаш симметриялы генераторлармен пфаффиандар мен хафниандарды зерттеу; қателерді түзететін кванттық кодтардың қасиеттерін және олардың өрістер пен сақиналар арқылы қосылу кодтарын, сондай-ақ алгебралық және геометриялық объектілермен байланыстарын зерттеу.

ЖОБАНЫҢ НЕГІЗГІ ЕСЕПТЕРІ

- ✦ Ласку-Прагач және Якоби-Труди тепетендіктерді біріктіретін Гамель-Голден типті тепетендіктердің аналогтарын табу. Нәтижелер мен дәлелдеу әдістерін Гротендик полиномдарының әртүрлі түрлеріне кеңейту.
- ✦ Канондық Гротендик функцияларының Шур ыдырауында структурлық коэффициенттердің комбинаторлық түсіндірмесін беру.
- ✦ К-теориялық Бендер-Кнуттың жазықтықтағы жіліктеулерде және мәндері бар кестелерде комбинаторлық операцияларын талдау және олардың арасындағы байланысты зерттеу.
- ✦ Дуал Гротендик полиномдарының базисының оң мысалдарының классификациясын келтіру.
- ✦ Шур процестерінің белгілі мысалына ұқсас Гротендик өлшемдері мен процестерін талдау. Гротендик полиномдары үшін бозон-фермиондық сәйкестікті зерттеу.
- ✦ Гротендик полиномдарының спецификациясынан туындайтын өлшемдерді (және олардың шектерін) зерттеу.
- ✦ Жазықтықтағы жіліктеулерінің жаңа статистикасын және дуал Гротендик полиномдарының комбинаторлық көрсетулерінен туындайтын олардың жалпылауларын зерттеу.
- ✦ Гротендик полиномдарының көмегімен модельді (әртүрлі параметрлері бар) талдау.
- ✦ Симметриялы топтағы Планшерель шамасының К-теориялық аналогы ретінде Планшерель-Гекке өлшемін талдау.
- ✦ Симметриялық матрицаның пфаффианың симметрия группаларын табу.
- ✦ Диэдр группалардың инварианттарын зерттеу.
- ✦ Тригонометриялық функциялардың пфаффиандарын есептеу.
- ✦ Сопақшалар мен доғаларға негізделген автоортогональды кодтар және сәйкес кванттық кодтар.
- ✦ Арнайы сақиналардағы кодтар және сәйкес кванттық кодтарды шығару.

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Комбинаторлық К-теория, симметриялы функциялар, көрсетулер теориясы, Гротендик және Шуберт полиномдары, жазықтықтағы жіліктеу, оптималды кодтар, шекті сақиналардағы кодтар, пфаффиандар, ассоциативті емес алгебралар, симметрия группасы.

ЗЕРТТЕУ ТОБЫНЫҢ МҮШЕЛЕРІ

№	ТАӨ	Лауазымы	Researcher ID	Scopus Author ID	ORCID
1	Жұмаділдаев А.С.	Жоба жетекшісі	N-8115-2017	6603444896	0000-0002-3551-4955
2	Абдухаликов К.С.	ЖҒҚ 0.25 мөлш.	Q-1404-2019	6603364347	0000-0003-0670-1361
3	Елиусизов Д.А.	ЖҒҚ 0.5 мөлш.	ABF-6219-2020	35771853100	
4	Ібраев Ш.Ш.	АҒҚ 0.25 мөлш.	GVT-0620-2022	8382250800	0000-0003-4844-5001
5	Туленбаев К.М.	АҒҚ 0.25 мөлш.	AAR-1498-2020		
6	Машуров Ф.А.	КҒҚ 0.25 мөлш.	GZG-7626-2022	57210822628	0000-0001-6049-6800
7	Абдықасымова С.А.	КҒҚ 0.25 мөлш.	ABO-9672-2022	6504230759	0009-0009-5886-303X
8	Әділжан А.	КҒҚ 0,25 мөлш.			
9	Смадияров Н.	КҒҚ 0,25 мөлш.			
10	Аманов А.	КҒҚ 0,25 мөлш.			

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР САНЫ**

Зерттеу нәтижелері бойынша 6 ғылыми мақала жарияланды, оның ішінде:

- Web of Science Clarivate Analytics деректер базасына және импакт-факторы бар Scopus деректер базасына енгізілген халықаралық рейтингтік журналдардағы 5 мақала;
- ҒЖБССҚК ұсынған қазақстандық журналдарда 3 мақала.

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР ТІЗІМІ**

Импакт-факторы бар халықаралық рейтингтік журналдардағы 5 мақала (Web of Science Clarivate Analytics деректер базасына және/немесе Scopus деректер базасына енгізілген):

1 Kaygorodov I., Mashurov F., Nam T.G., Zhang Z.R. Products of Commutator Ideals of Some Lie-admissible Algebras // Acta. Math. Sin.-English Ser. – 2024. – Vol.40. – P.1875 –1892. (IF 0.8, Scopus процентиль 34, квартиль Q2) <https://doi.org/10.1007/s10114-024-2178>.

2 A.S. Dzhumadil'daev. Symmetry groups of pfaffians of symmetric matrices, Eurasian mathematical journal // Eurasian mathematical journal. – 2024 – Vol.15, №3 – P.46-54. (IF 0.6, Scopus процентиль 64, квартиль Q3) <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2024-15-3-46-54>

3 A.S. Dzhumadil'daev. Lie-admissible, associative-admissible operads and non-symmetric ver-sions of symmetric operads // C. R. Acad. Bulg. Sci. – 2024. – Т.77, №11 – P. 1577-1588. (IF 0.4, Scopus Percentile 25, квартиль Q4) <https://doi.org/10.7546/CRABS.2024.11.01>

4 А. С. Джумадильдаев. Слабо Лейбницева алгебры // Математические заметки (принята к публикации) (IF 0.6, Scopus процентиль 31, квартиль Q3)

5 K. Abdukhalikov, A. Dzhumadil'daev, San Ling. Quasi-cyclic codes of index 2 // Cryptography and Communications (submitted) (IF 0.9, Scopus процентиль 56, квартиль Q2)

ҒЖБССҚК ұсынған қазақстандық журналдарда 3 мақала.

1 Amanov A. Invariant polynomials with applications to quantum computing // Вестник Казахстанско-Британского технического университета. – 2024. – Т.21, №2(69) – С. 95-104.

2 Amanov A. Enhanced algorithm for computing Cayley's first hyperdeterminant // Вестник КБТУ. – 2024. – Т.21, №3(70) – С. 58-65. <https://doi.org/10.55452/1998-6688-2024-21-3-58-65>

3 Amanov A. Computing the degree-4 invariant polynomial basis for 7 qubits // Вестник КБТУ. – 2024. – Т.21, №3(70) – С. 128-136. <https://doi.org/10.55452/1998-6688-2024-21-3-128-136>

**АҚПАРАТТЫ ЖАҢАРТУ
КҮНІ**

07 қаңтар 2025 ж