

РГП «Институт математики и математического моделирования» КН МОН РК



НАИМЕНОВАНИЕ
ПРОЕКТА

РУКОВОДИТЕЛЬ
ПРОЕКТА

ГОДЫ ПРОЕКТА

СУММА
ФИНАНСИРОВАНИЯ

«Функциональные пространства типа Морри и некоторые задачи теории приближений»

к.ф.-м.н., доцент
Балгимбаева Шолпан Албановна

2021 – 2023

52,8 млн. тенге:
2021 – 13,5 млн. тенге, 2022 – 19,2 млн. тенге, 2023 – 20,1 млн. тенге

РЕФЕРАТ (АБСТРАКТ)
ПРОЕКТА

В проекте рассматриваются изотропные гладкие пространства типа Никольского-Бесова $B_{p,q}^{s,\tau}(\mathbb{I}^d)$ и Лизоркина-Трибеля $F_{p,q}^{s,\tau}(\mathbb{I}^d)$, связанные с пространствами Морри, (пространства NB и LT) и близкие к ним пространства Никольского-Бесова-Морри $\mathcal{N}_{p,q,u}^s(\mathbb{I}^d)$ и Лизоркина-Трибеля-Морри $\mathcal{E}_{p,q,u}^s(\mathbb{I}^d)$ (пространства NBM и LTM) функций или распределений на евклидовом пространстве ($\mathbb{I}^d = \mathbb{R}^d$), кубе ($\mathbb{I}^d = [0,1]^d$) и торе ($\mathbb{I}^d = \mathbb{T}^d := (\mathbb{R}/\mathbb{Z})^d$). Исследуются новые глубокие связи между качественными (структурными) и количественными (конструктивными асимптотическими) характеристиками каждого из этих пространств на кубе и на торе.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- Предполагается получить следующие ожидаемые результаты:
- ✚ для пространств NB и LT и пространств NBM и LTM на торе
 - характеристики на основе декомпозиции (i) по подходящим ортонормированным системам всплесков; (ii) по системам полиномиальных В-сплайнов (с использованием квазиинтерполяционных схем);
 - характеристики с помощью (i) ф-преобразования; (ii) локальных средних и их максимальных функций Петре;
 - теоремы об интерполяции пространств NB и LT при фиксированных p и τ , пространств NBM и LTM при фиксированных p и u ;
 - неравенства типа Гальярдо-Ниренберга для пространств NB и LT ;
 - теоремы вложения типа Соболева (разных метрик) и типа Franke-Jawerth для пространств NB и LT ;
 - теоремы вложения пространств NB и LT в пространство Лебега и в пространство непрерывных функций;
 - ✚ для классов NB и LT , классов NBM и LTM и пространства Лебега на кубе и торе
 - слабую асимптотику (не)линейных сеточных поперечников и конструктивные оптимальные по порядку (не)линейные методы восстановления функций по их значениям в N точках;
 - слабую асимптотику погрешности оптимальных кубатурных формул;
 - слабую асимптотику поперечников Колмогорова, Гельфанда, а также линейных поперечников, энтропийных чисел;
 - слабую асимптотику наилучших N -членных приближений по подходящим системам всплесков;
 - ✚ для классов NB и LT , классов NBM и LTM и пространства Лебега на торе
 - слабую асимптотику поперечников Фурье и наилучших N -членных тригонометрических приближений.
- Все основные результаты, полученные в ходе реализации проекта, будут опубликованы в открытой научной печати, в том числе в журналах, входящих в БД Web of Science.

ЦЕЛЬ ПРОЕКТА

- развитие теории пространств NB, LT, NBM, LTM в случае тора;
- исследование ряда продвинутых линейных и нелинейных проблем теории приближений и восстановления для классов (т.е. единичных шаров пространств) NB, LT, NBM, LTM и пространства Лебега $L_r(\mathbb{I}^d)$ (как объемлющего пространства) на кубе и/или торе.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТА

- ✚ установить различные теоремы декомпозиции, характеристики (вместе с сопутствующими эквивалентными (квази)нормами), теоремы вложения и интерполяции для пространств NB, LT, NBM, LTM (функций или распределений) на торе;
- ✚ исследовать некоторые линейные и нелинейные методы приближений классов NB, LT, NBM, LTM в пространстве Лебега на кубе и/или на торе тригонометрическими полиномами, всплесками и сплайнами;
- ✚ исследовать некоторые методы восстановления функций по их значениям в N точках для классов NB, LT, NBM, LTM в пространстве Лебега на кубе и торе;
- ✚ исследовать задачу оптимального численного интегрирования для классов NB, LT, NBM, LTM на кубе и торе;
- ✚ исследовать поведение следующих асимптотических характеристик классов NB, LT, NBM, LTM в пространстве Лебега на кубе и/или торе: тригонометрических, сеточных, линейных поперечников, поперечников Фурье, Колмогорова, Гельфанда, энтропийных чисел.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

пространство Морри, пространство Никольского-Бесова, пространство Лизоркина-Трибеля, пространство Никольского-Бесова-Морри, пространство Лизоркина-Трибеля-Морри, пространство типа Никольского-Бесова(-Морри), пространство типа Лизоркина-Трибеля(-Морри); изотропное пространство (функций или распределений) на многомерном евклидовом пространстве или торе, характеристики и эквивалентные (квази)нормы; (наилучшее) приближение всплесками, сплайнами, тригонометрическими полиномами, (оптимальное) восстановление функции по её значениям в N точках, (оптимальная) кубатурная формула, сеточный поперечник, поперечник Фурье (ортопоперечник), линейный поперечник, поперечник Гельфанда, поперечник Колмогорова, энтропийное число.

ЧЛЕНЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ

№	Фамилия И.О.	Должность	Researcher ID
1	Балгимбаева Ш.А.	Рук. проекта	AAN-1848-2020
2	Базарханов Д.Б.	ГНС	AAN-8418-2020
3	W. Sickel	ГНС 0,25 ст.	Scopus Id 6603917476
4	Byrenheid G.	ГНС 0,25 ст.	AAO-5127-2020
5	Темляков В.Н.	ГНС 0,25 ст.	I-2872-2017
6	Жанабилова А.К.	Инженер, 0,25 ст.	
7	Орлеу Н.	МНС 0,25 ст.	
8	Алдомжарова Т	инженер 0,25 ст.	

ДОСТИГНУТЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

За 2021 год: исследовано численное интегрирование классов $F_{p,q}^{s,\tau}$ и $\tilde{F}_{p,q}^{s,\tau}$: получена слабая асимптотика для $r_N(F_{p,q}^{s,\tau})$ и $r_N(\tilde{F}_{p,q}^{s,\tau})$;

За 2022 год: исследованы линейные поперечники и поперечники Гельфанда классов $\mathcal{N}_{p,q,u}^s$ и $\tilde{\mathcal{N}}_{p,q,u}^s$: получена слабая асимптотика для $\lambda_N(\mathcal{N}_{p,q,u}^s, L_r)$, $\lambda_N(\tilde{\mathcal{N}}_{p,q,u}^s, \tilde{L}_r)$, $d^N(\mathcal{N}_{p,q,u}^s, L_r)$ и $d^N(\tilde{\mathcal{N}}_{p,q,u}^s, \tilde{L}_r)$

**СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО
ПРОЕКТУ**

По результатам исследований сданы в печать: 3 статьи в рейтинговых журналах (Web of Science Clarivate Analytics с импакт-фактором и Scopus):

1 Sh.A. Balgimbayeva, D.B. Bazarkhanov, W. Sickel. Various characterizations of some smoothness spaces related to Morrey spaces on multidimensional torus// submitted to Mathematische Nachrichten. 35pp. (SJR 2021 – 0.913; Scopus IF 1.156, IF WoS – 1.228, процентиль – 75%, Q1)

2 Sh.A. Balgimbayeva, D.B. Bazarkhanov, G. Byrencheid. Optimal numerical integration of functions from some smoothness spaces related to Morrey spaces on multidimensional torus//submitted to Numerische Mathematik 20pp. (SJR 2021 – 2.214; Scopus IF 2.222, IF WoS – 2.223, процентиль – 86%, Q1)

3. V.N. Temlyakov Sampling discretization error of integral norms for function classes with small smoothness// submitted to Journal of Approximation Theory. (SJR 2021 – 0.69; Scopus IF 1.08, IF WoS – 1.091, процентиль – 68%, Q2)

**ДАТА ОБНОВЛЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ**

17 ноября 2022 года