

РГП «Институт математики и математического моделирования» КН МОН РК



НАИМЕНОВАНИЕ
ПРОЕКТА

РУКОВОДИТЕЛЬ ПРОЕКТА

ГОДЫ ПРОЕКТА

СУММА
ФИНАНСИРОВАНИЯ

«Граничные задачи для нестационарной двумерной системы уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях»

д.ф.-м.н., профессор
Дженалиев Муваширхан Танабаевич

2021 – 2023

61 597,692 тыс. тенге:
2021 – 17 727,250 тыс. тенге, 2022 – 22599,764 тыс. тенге, 2023 – 21270,678 тыс. тенге

РЕФЕРАТ (АБСТРАКТ)
ПРОЕКТА

Объектом исследования являются: прямые и коэффициентные обратные граничные задачи для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, в том числе в областях, представленных конусами.

Отличиями изучаемых граничных задач являются: как отсутствие начальных условий вследствие вырождения области, а также, нелинейность уравнений.

В данном проекте логическим продолжением этих задач - являются коэффициентные обратные задачи в вырождающихся областях.

Актуальность исследований, проводимых по проекту, обосновываются следующими фактами: в прикладных задачах возникает необходимость изучения проблем нелинейной теплопроводности именно в нецилиндрических вырождающихся областях. Задачи, рассматриваемые в проекте, являются либо новыми, либо не решенными ранее математическими проблемами. Хотя большинство основополагающих идей уже существуют в мировой науке и активно разрабатываются отечественными и зарубежными учеными, но для решения конкретных задач требуется их развитие, либо разработка принципиально новых подходов.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Ожидаемым результатом проекта будет создание, обоснование и применение новых разработок, дающих возможность решения соответствующих линейных и нелинейных прямых и обратных граничных задач для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях. Наше исследование будет иметь теоретическое содержание.

Первый момент – это когда в качестве модельных граничных задач будут приняты задачи в конусах. Точками вырождения будет вершина конуса. Основное предположение: это, чтобы модельные задачи обеспечивали достаточно точную аппроксимацию исходной граничной задачи в сколь угодно малой окрестности точки вырождения области. Методами априорных оценок будет установлена разрешимость модельных граничных задач.

Вторым моментом является нахождение и построение в результате некоторых трансформаций областей соответствующих граничных задач к граничным задачам в цилиндрической области.

Третий момент – это построение решений семейства граничных задач, предельной к которой служит исходная задача в вырождающейся области. Нахождение равномерных (относительно индекса семейства задач) априорных оценок и проведение предельного перехода по установлению разрешимости граничной задач для вырождающейся области.

Вторая группа задач – это обратные задачи для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в вырождающейся области, представленной конусом. Исполнителям проекта известно, что простейшие обратные задачи линейной теплопроводности не всегда имеют решение, причем при его существовании оно может иметь особенности в точках вырождения, которые не присущи для задач в областях без вырождения. Здесь много открытых вопросов как для теории, так и при численном решении обратных задач. Это важное направление теории дифференциальных уравнений получит дальнейшее развитие в данном проекте. Будут доказаны теоремы о разрешимости рассматриваемых в проекте обратных задач. Будут проведены численные эксперименты для обратных задач с конкретными числовыми данными.

ЦЕЛЬ ПРОЕКТА

- Установить априорные оценки и свойства решений прямых и коэффициентных обратных граничных задач для двумерной системы уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, в том числе, в областях, представленных конусами.
- Будут предложены численные методы решения обратных задач в конусах.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТА

✚ Основная группа задач – это исследование разрешимости нелинейных граничных задач для двумерной системы нестационарных уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях. В основном, будут рассмотрены двумерный случай по пространственной переменной. Модельными граничными задачами будут приняты задачи, поставленные в конусах. Точкой вырождения будет вершина конуса. Будет установлена разрешимость модельных граничных задач, которая позволит нам поставить новую задачу в нецилиндрической области без вырождения. Простейшие модельные задачи с граничными условиями Дирихле для линейных и, как правило, в одномерном случае, уравнений теплопроводности и диффузии были нами изучены ранее. Так что предварительный задел в этом направлении у исполнителей проекта имеется. В данном проекте будут изучаться двумерные по пространственной переменной граничные задачи, которые естественным образом возникают в приложениях, например, при наличии подвижной и неизвестной границы.

✚ Вторая группа задач – это обратные задачи для дифференциальных уравнений в вырождающихся областях. Здесь публикации отсутствуют, кроме у исполнителей проекта, в которых было установлено, что рассматриваемые простейшие обратные задачи линейной теплопроводности не всегда имеют решение, причем при его существовании оно может иметь особенности в точках вырождения, которые не присущи для задач в областях без вырождения. Здесь много открытых вопросов как для теории, так и при численном решении обратных задач. Это важное направление получит развитие в данном проекте.

✚ Отметим, что приложения уравнений Навье-Стокса варьируются от аэродинамики (силы сопротивления и подъемной силы) до конструкции плавающих средств и гидроэлектростанций, к медицинским применениям относятся модели течения крови в сосудах. Эти задачи имеют непосредственную связь с проблемами математического описания полей инородных включений при распространении загрязнений в потоках жидких и газовых ареалов. До сих пор, в вышеуказанных постановках и в такой полноте исследования этих граничных задач не проводилось.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Двумерная система уравнений Навье-Стокса в вырождающейся области, Априорная оценка в пространствах Соболева, Граничная задача для уравнений Навье-Стокса в конусе, Граничная задача для уравнений Навье-Стокса в нелинейно вырождающейся области, Коэффициентная обратная задача для уравнений Навье-Стокса в вырождающейся области.

ДОСТИГНУТЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

За 2021 год: Установлены априорные оценки в соболевских пространствах и доказаны теоремы об однозначной разрешимости граничных задач для линейного случая уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, представленных конусами. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах и доказаны теоремы об однозначной разрешимости граничных задач для линейного случая уравнений Навье-Стокса в нелинейно вырождающихся областях. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах и доказаны теоремы об однозначной разрешимости коэффициентных обратных задач для линейного случая уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, представленных конусами. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах и доказаны теоремы об однозначной разрешимости коэффициентных обратных задач для линейного случая уравнений Навье-Стокса в нелинейно вырождающихся областях.

За 2022 год: Установлены априорные оценки в соболевских пространствах для нелинейных уравнений Навье-Стокса в конусе, вырождающемся на его вершине. Доказаны теоремы об однозначной разрешимости граничных задач для нелинейных уравнений Навье-Стокса в конусе, вырождающемся на его вершине. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах в коэффициентных обратных задачах для нелинейных уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, представленных конусами. Проведены

вычислительные эксперименты по решению модельных обратных задач с конкретными числовыми данными. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах для нелинейных уравнений Навье-Стокса в конусе, вырождающемся на его вершине. Доказаны теоремы об однозначной разрешимости граничных задач для нелинейных уравнений Навье-Стокса в конусе, вырождающемся на его вершине. Установлены априорные оценки в соболевских пространствах в коэффициентных обратных задачах для нелинейных уравнений Навье-Стокса в вырождающихся областях, представленных конусами.

ЧЛЕНЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ

№	Фамилия И.О.	Должность	Researcher ID
1	Дженалиев М.Т.	Рук. проекта	AAN-7571-2020
2	Рамазанов М.И.	ГНС, 0,5 ст.	U-8583-2018
3	Ергалиев М.Г.	СНС	AAN-7962-2020
4	Иманбердиев К.Б.	СНС 0,5 ст.	ID:56368315500
5	Касымбекова А.С.	НС 0,5 ст.	ID:57209364949
6	Аязбаева А.М.	МНС 0,5 ст.	AAN-8470-2020
7	Калибекова А.К.	МНС, 0,5 ст.	

КОЛИЧЕСТВО ПУБЛИКАЦИЙ ПО ПРОЕКТУ

По результатам исследований с начала 2021 г. опубликовано 4 научные статьи, в том числе:

- ✚ **2 статьи** (Article) в международных рейтинговых журналах, входящих в БД **Web of Science** Clarivate Analytics и БД **Scopus** с импакт-фактором;
- ✚ **1 статья** в международном рейтинговом журнале (входящем в БД Web of Science Clarivate Analytics, Emerging Sources Citation Index) без импакт-фактора;
- ✚ **1 статья** в казахстанском журнале, рекомендованном КОКСОН.

**СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО
ПРОЕКТУ**

2 статьи в международных рейтинговых журналах (входящих в БД Web of Science Clarivate Analytics и/или БД Scopus) с импакт-фактором:

1 Jenaliyev M., Ramazanov M.I., Yergaliyev M.G. On an inverse problem for a parabolic equation in a degenerate angular domain // Eurasian Mathematical Journal. – 2021. – 12, № 2. P.25-38 (в SCOPUS: процентиль 2020 = 37; Web of Science, без импакт-фактора).

2 Muvasharkhan Jenaliyev, Murat Ramazanov, and Madi Yergaliyev, On the numerical solution of one inverse problem for a linearized two-dimensional system of Navier–Stokes equations // Opuscula Math. – 42, no. 5 (2022), 709–725 (в SCOPUS: SJR 2021 = 0.609, процентиль 2021 = 70).

1 статья в международном рейтинговом журнале (входящем в БД Web of Science Clarivate Analytics, Emerging Sources Citation Index) без импакт-фактора:

1 Jenaliyev M.T., Kassymbekova A.S., Yergaliyev M.G., Assetov A.A.; An initial boundary value problem for the Boussinesq equation in a Trapezoid // Bulletin of the Karaganda University, Mathematics Series. – 2022. – № 2(106). P. 117–127 (Web of Science, без импакт-фактора, КОКСОН МОИ РК).

1 статья в журналах, рекомендованных КОКСОН:

1 M. T. Jenaliyev, A. S. Kassymbekova, M. G. Yergaliyev; On a boundary value problem for a Bussinesq-type equation in a triangle // Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. No. 3(115) 2022. P. 2617-4871 (КОКСОН МОИ РК).

**ДАТА ОБНОВЛЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ**

18 ноября 2022 года