

РГП «Институт математики и математического моделирования» КН МНВО РК



НАИМЕНОВАНИЕ
ПРОЕКТА
РУКОВОДИТЕЛЬ
ПРОЕКТА

ГОДЫ ПРОЕКТА

СУММА
ФИНАНСИРОВАНИЯ

«Некоммутативный гипоеллиптический анализ»

Ph.D.

Есиркегенов Нургиса Аманкелдиулы

2021 – 2023

54 млн. тенге:

2021 – 18 млн. тенге, 2022 – 18 млн. тенге, 2023 – 18 млн. тенге

РЕФЕРАТ (АБСТРАКТ) ПРОЕКТА

В этом проекте мы планируем разработать новые методы для различных типов гипоеллиптических функциональных неравенств. Основной подход основан на установлении интегральных версий взвешенных интегральных неравенств Харди на общих метрических пространствах с мерой, обладающих полярными разложениями. Более того, мы также найдем необходимые и достаточные условия веса, при которых имеет место такие неравенства. Следовательно, мы связываем такие интегральные неравенства Харди с различными гипоеллиптическими неравенствами, используя ядра Рисса и Бесселя, связанные с описанными гипоеллиптическими операторами. Как следствие мы получим, как частный случай, альтернативное доказательство теорем вложения Соболева на общих (не унимодулярных) группах Ли. В некоторых случаях наш подход позволяет распространить такие результаты вложения на римановы многообразия с отрицательной кривизной и на общие метрические пространства с мерой, обладающие полярными разложениями. Мы уже успешно использовали такой подход для получения гипоеллиптических функциональных неравенств для общих гипоеллиптических операторов на общих градуированных группах Ли.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- ✦ Будут разработано новые методы для различных типов гипозэллиптических функциональных неравенств.
- ✦ Будут доказаны критические неравенства Гальярдо-Ниренберга, Трудингера-Мозера и Брезиса-Галлу-Вингера для общих однородных инвариантных гипозэллиптических дифференциальных операторов на нильпотентных группах Ли, которые включают случаи , Гейзенберга, общих стратифицированных групп Ли и общих градуированных групп Ли. В качестве применения, будет получено существование решений нелинейных уравнений типа Шредингера. Мы также выразим лучшие константы в полученных неравенствах в вариационной форме, а также через решения уравнений Шредингера. Среди новых технических методов, мы также расширим анализ Фолланда о пространствах Гельдера со стратифицированных групп до общих однородных групп.
- ✦ Будут доказаны двухвесовые неравенства типа Харди на общих метрических пространствах с мерой, обладающих полярными разложениями. Более того, мы также найдем необходимые и достаточные условия веса, при которых имеет место такие неравенства. А также, мы докажем неравенства Харди, Харди-Соболева, Харди-Литтлвуда-Соболева, Каффарелли-Кона-Ниренберга и Гальярдо-Ниренберга на общих связных группах Ли. Как следствие, мы получим, как частный случай, альтернативное доказательство теорем вложения Соболева на общих (не унимодулярных) группах Ли.
- ✦ Будут доказаны неравенства типа Харди, весовые неравенства типа Трудингера-Мозера и Каффарелли-Кона-Ниренберга на римановых многообразиях отрицательной кривизны и, в частности, будет получено множество новых оценок для гиперболических пространств. Более того, в некоторых случаях будет показано их эквивалентность неравенствам Трудингера-Мозера. Как следствие, связи между константами этих неравенств будут исследованы, давая асимптотически наилучшие константы в полученных неравенствах.
- ✦ Полученные неравенства будут применены к гипозэллиптическим дифференциальным уравнениям. Используя неравенство Гальярдо-Ниренберга, будет доказано теорема компактного вложения Реллиха-Кондрачева для общих градуированных группах Ли, которая позволит нам изучать нелинейные уравнения типа Шредингера и полулинейные уравнения для гипозэллиптических дифференциальных операторов. Будут также установлены принципы неопределенности.

Полученные результаты будут опубликованы в рецензируемых высокорейтинговых математических журналах.

ДОСТИГНУТЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- ✦ Доказаны критические неравенства Гальярдо-Ниренберга связанные с положительными операторами Рокланда на нильпотентных группах Ли;
- ✦ Установлены неравенства Трудингера-Мозера с остаточными членами связанные с положительными операторами Рокланда на нильпотентных группах Ли;
- ✦ Установлены неравенства Брезиса-Галлуэ-Вайнгера связанные с положительными операторами Рокланда на нильпотентных группах Ли;
- ✦ Доказаны теорема вложения типа Реллиха-Кондрачева и существование решений нелинейных уравнений типа Шредингера;
- ✦ Доказаны двухвесовые $L^p - L^q$ интегральные неравенства Харди на метрических пространствах с мерой, обладающих полярными разложениями;
- ✦ Получены неравенства Харди-Соболева и их критические версии на общих связных группах Ли;

	✦ Представлены неравенства Каффарелли-Кона-Ниренберга и принципы типа неопределенности с их критическими версиями на общих связных группах Ли; ✦ Получены неравенства Харди-Литтлвуда-Соболева на общих связных группах Ли; ✦ Доказаны неравенства Харди-Соболева на римановых многообразиях отрицательной кривизны; ✦ Получены весовые неравенства Трудингера-Мозера на гиперболических пространствах. В некоторых случаях показана эквивалентность неравенств типа Харди и весовых неравенств Трудингера-Мозера на гиперболических пространствах. Более того, установлено связь между лучшими константами; ✦ Доказаны неравенства типа Каффарелли-Кона-Ниренберга на гиперболических пространствах; ✦ Установлены критические неравенства Харди с оптимальными константами на неградуированных однородных группах Ли.
ЦЕЛЬ ПРОЕКТА	Целью этого проекта является построение теории гипозэллиптических функциональных неравенств и дифференциальных уравнений для гипозэллиптических операторов, а также качественное исследование их приложений.
ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТА	✦ Разработка новых методов некоммутативного гипозэллиптического анализа; ✦ Доказательства критических неравенств Гальярдо-Ниренберга, Трудингера-Мозера и Брезиса-Галлу-Вингера для общих однородных инвариантных гипозэллиптических дифференциальных операторов на нильпотентных группах Ли; ✦ Доказательства основных функциональных неравенств для гипозэллиптических операторов на общих связных группах Ли, а именно, неравенств Харди-Соболева, Харди-Литтлвуда-Соболева, Гальярдо-Ниренберга, Каффарелли-Кона-Ниренберга; ✦ Доказательства Харди, весовых неравенств типа Трудингера-Мозера и Каффарелли-Кона-Ниренберга на римановых многообразиях отрицательной кривизны; ✦ Применение к нелинейным гипозэллиптическим дифференциальным уравнениям.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА	неравенство Харди-Соболева; неравенство Каффарелли-Кона-Ниренберга; неравенство Трудингера-Мозера; операторы Рокланда, градуированные группы Ли; общесвязная группа Ли; римановы многообразия с отрицательной кривизной; гипозэллиптические операторы; гипозэллиптические дифференциальные уравнения.

ЧЛЕНЫ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ
ГРУППЫ

№	Фамилия И.О.	Должность	Researcher ID	Scopus Author ID	ORCID
1	Есиркегенов Н.А.	Рук. проекта	AAZ-4775-2021	56368611100	0000-0002-2985-2288
2	Әділбеков Е.	МНС	JLM-8318-2023		
3	Дукенбаева А.А.	НС	AAW-8110-2020	57203915880	0000-0003-0437-6091
4	Орынғалиев И.А.	Специалист	JKI-1090-2023		0009-0004-5507-0978
5	Жангирбаев А.Е.	Специалист	JLM-8150-2023		0009-0000-4062-6102

КОЛИЧЕСТВО
ПУБЛИКАЦИЙ ПО ПРОЕКТУ

По результатам исследований с начала 2021 года опубликовано 5 научных статей, в том числе:
 **5 статей** (Article) в международных рейтинговых журналах, входящих в БД **Web of Science Clarivate Analytics** и БД **Scopus** с импакт-фактором.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО
ПРОЕКТУ

5 статей в международных рейтинговых журналах (входящих в БД Web of Science Clarivate Analytics и/или БД Scopus) с импакт-фактором:

1 Velicu A., Yessirkegenov N. Rellich, Gagliardo-Nirenberg, Trudinger and Caffarelli-Kohn-Nirenberg inequalities for Dunkl operators and applications // Israel Journal of Mathematics – 2022. – Vol. 247. – P. 741-782. (Scopus процентиль =62%, Web of Science 2022 = Q2)

2 Ruzhansky M., Yessirkegenov N. Critical Gagliardo-Nirenberg, Trudinger, Brezis-Gallouet-Wainger inequalities on graded groups and ground states // Communications in Contemporary Mathematics – 2022. – Vol. 24. – Art. No. 2150061. (Scopus процентиль =85%, Web of Science 2022 = Q1)

3 Ruzhansky M., Yessirkegenov N. Hardy, weighted Trudinger-Moser and Caffarelli-Kohn-Nirenberg type inequalities on Riemannian manifolds with negative curvature // Journal of Mathematical Analysis and Applications – 2022. – Vol. 507. – Art. No. 125795. (Scopus процентиль =67%, Web of Science: 2022 = Q2)

4 Ruzhansky M., Yessirkegenov N. A comparison principle for higher order nonlinear hypoelliptic heat operators on graded Lie groups // Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. – 2022. – Vol. 215. – Art. No. 112621. (Scopus: процентиль =79%, Web of Science: 2022 = Q1)

5 Ruzhansky M., Yessirkegenov N. Existence and non-existence of global solutions for semilinear heat equations and inequalities on sub-Riemannian manifolds, and Fujita exponent on unimodular Lie groups // Journal of Differential Equations. – 2022. – Vol. 208. – P. 455-473. (Scopus: процентиль =90%, Web of Science 2022 = Q1)

ДАТА ОБНОВЛЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ

04 декабря 2023 года