

ҚР ҒЖБМ ҒК «Математика және математикалық модельдеу институты» РМК



ЖОБАНЫҢ АТАУЫ

ЖОБА ЖЕТЕКШІСІ

ЖОБАНЫҢ ОРЫНДАЛУ
ЖЫЛДАРЫ

ҚАРЖЫЛАНДЫРУ
СОМАСЫ

«Регулярлы емес коэффициентті бар толқын теңдеуін сандық зерттеу»

PhD Алтыбай Аршын

2022 – 2024 ж

19 млн теңге:

2022 – 3 млн теңге, 2023 – 8 млн теңге, 2024 жыл – 8 млн теңге

ЖОБАНЫҢ РЕФЕРАТЫ (АБСТРАКТ)

Бұл жобада біз регулярлы емес коэффициенті бар толқын теңдеуін зерттеуді жоспарлап отырмыз, егер коэффициент регулярлы емес болса, онда Шварцтың белгілі жұмысына сәйкес классикалық шешім болмайды, сондықтан мұндай есептерді шешу ашық мәселе болып табылады және көптеген зерттеушілер мұндай есептерді шешудің өзіндік әдістерін ұсынды, олардың бірі - стационарлық емес регулярлы емес коэффициенттері бар екінші ретті гиперболалық теңдеулерді талдау үшін Ружанский мен Гаретто ұсынған өте әлсіз шешім тұжырымдамасы, авторлар классикалық шешімдерге өте әлсіз шешімдердің жинақталуын дәлелдеді. белгілі бір жағдайдағы шешімдер және кейінірек кең қолдану мүмкіндігін көрсету үшін әртүрлі физикалық модельдер үшін бірқатар мақалаларда қолданылды.

Цунамиді сипаттау үшін қолданылатын ең көп таралған модель келесідей

$$\begin{cases} u_{tt}(t, x) - \sum_{j=1}^d \partial_{x_j} \left(h_j(x) \partial_{x_j} u(t, x) \right) = f(t, x), & (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R}^d, \\ u(0, x) = u_0(x), u_t(0, x) = u_1(x), & x \in \mathbb{R}^d, \end{cases} \quad (1)$$

мұндағы $f(t, x)$ – цунами өмірінің бірінші кезеңінде локализацияланған бұзылыстың қалыптасуымен байланысты бастапқы термин, $h: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d, x \rightarrow h(x) = (h_1(x), \dots, h_d(x))^T$ векторлық функция. Мұнда модель $h = , j = 1, \dots, d$, нақты мән болған кездегі белгілі физикалық модельдің жалпы жағдайы болып табылады. h_j Бұл нақты жағдайда h судың тереңдігін, ал u бос беттің ығысуын білдіреді. Жағалаудың таяз аймақтарындағы жүйені талдау кезінде сіз бастапқы терминді елемей, оның орнына біртекті теңдеуді қарастыра аласыз:

$$u_{tt}(t, x) - \sum_{j=1}^d \partial_{x_j} \left(h_j(x) \partial_{x_j} u(t, x) \right) = 0, \quad (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R}^d, \quad (2)$$

Мұнда бос беттің бастапқы орын ауыстыруын және бастапқы жылдамдықты кеңістіктік айнымалының белгілі функцияларымен сипаттауға болады, яғни.

$$u(0, x) = u_0(x), u_t(0, x) = u_1(x), x \in \mathbb{R}^d, \quad (3)$$

Бұл жобада (2) теңдеу үшін Коши есебін қарастырамыз. Су тереңдігінің h коэффициенті үзік немесе одан да аз тұрақты болуы мүмкін екенін қабылдаймыз. h ерекшелігін теңіздің күрделі топографиясымен немесе шығанақтар мен айлақтар сияқты толқынның әрекеттесуінен туындаған су тереңдігінің кенеттен өзгеруі ретінде түсіндіруге болады.

Физикалық тұрғыдан алғанда, бұл табиғи жағдай болса да, математикалық тұрғыдан алғанда, біз мәселеге тап боламыз: егер біз бөлу шешімдерін іздейтін болсақ, $h(x) \partial_{x_j} u(t, x)$ Шварц нәтижесінің әйгілі мүмкін еместігін ескере отырып, бұл термин мағынасы жоқ. бөлуді көбейту [4], сондықтан бұл міндетті шешудің жаңа тәсілдерін әзірлеу жаһандық міндет болып табылады. Сонымен қатар, өте әлсіз шешімдер теориясына сәйкес дифференциалдық теңдеудің бірегей шешімі бар деп айтуға болады. Сонымен, бұл жерде Коши есебін (2) қарастырамыз және оның шешімі өте әлсіз екенін дәлелдейміз.

КҮТІЛЕТІН НӘТИЖЕЛЕР

ҚОЛ ЖЕТКІЗІЛГЕН НӘТИЖЕЛЕР

- Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін шешудің дұрыстығын зерттеу және регулярлы емес коэффициентті толқындық теңдеудің өте әлсіз шешімдерінің бар екендігін, бірегейлігін дәлелдеу.
- Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін шешудің сандық әдістерін зерттеп, айырмдылық схемаларын құру және оларды тұрақтылық, жинақтылық және дәлдік үшін зерттеу
- Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуді сандық шешудің есептеу алгоритмдерін құру және оларды тиімділікке талдау;
- CUDA және MPI технологияларын қолдана отырып, регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін сандық шешудің параллельді алгоритмдерін жасау.

2.1 Регулярлы емес коэффициентті бар толқын теңдеуін теориялық тұрғыдан зерттелген. Регулярлы емес коэффициентті бар толқын теңдеуінің өте әлсіз шешімдері үшін бар болу, бірегейлік және консистенциясы теоремалары дәлелденді. 2.2 Қолданыстағы барлық сандық әдістер терең зерттеліп, талданды, айқын және айықын емес айырымдылық схемалары құрылды, фон Нейман талдауы арқылы регулярлы емес коэффициентті бар толқын теңдеуді шешуге арналған айырымдық теңдеулердің тұрақтылығы мен жинақтылығы зерттелді. 2.3 Регулярлы емес коэффициентті бар толқындық теңдеуді сандық шешудің тізбекті алгоритмі айқын емес айырымдылық схемасын, Томас әдісін және циклдік қысқарту әдісін қолданып жасалған. Регулярлы емес коэффициентті бар бір өлшемді және екі өлшемді теңдеулер үшін сандық тәжірибелер және сандық нәтижелерді талдау жүргізілді.

ЖОБАНЫҢ МАҚСАТЫ

Бұл жобаның негізгі мақсаты – регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуді зерттеу: өте әлсіз шешімдердің бар екендігін теориялық тұрғыдан дәлелдеу және оны сандық шешімдермен негіздеу;

ЖОБАНЫҢ НЕГІЗГІ ЕСЕПТЕРІ

- ✚ Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін шешудің дұрыстығын зерттеу және регулярлы емес коэффициентті толқындық теңдеудің өте әлсіз шешімдерінің бар екендігін, бірегейлігін дәлелдеу.
- ✚ Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін шешудің сандық әдістерін зерттеп, айырмдылық схемаларын құру және оларды тұрақтылық, жинақтылық және дәлдік үшін зерттеу
- ✚ Регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуді сандық шешудің есептеу алгоритмдерін құру және оларды тиімділікке талдау;
- ✚ CUDA және MPI технологияларын қолдана отырып, регулярлы емес коэффициентті толқын теңдеуін сандық шешудің параллельді алгоритмдерін жасау..

ТҮЙІНДІ СӨЗДЕР

Сингулярлы коэффициентті толқын теңдеуі, ақырлы айырымдылық схемасы, өте әлсіз шешімдер , циклдік қысқарту әдісі.

ЗЕРТТЕУ ТОБЫНЫҢ МҮШЕЛЕРІ

№	ТАӨ	Лауазымы	Researcher ID	Scopus Author ID	ORCID
1	Алтыбай А	Жоба жетекшісі	O-1286-2014	57212766696	0000-0003-4939-8876

**ЖОБА БОЙЫНША
ЖАРИЯЛАНЫМДАР ТІЗІМІ**

1. Arshyn Altybay; Dauren Darkenbayev; Nurbapa Mekebayev. Numerical simulation and GPU computing for the 2D wave equation with variable coefficient. International Journal of Simulation and Process Modelling (IJSPM), Vol. 20, No. 4, pp.298 – 305, 2023 Percentile = 45,
2. Arshyn Altybay, Niyaz Tokmagambetov, Numerical simulation and parallel computing of acoustic wave equation in isotropic-heterogeneous media. CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2024. (Accepted) Percentile = 62
3. Arshyn Altybay, Dauren Darkenbayev, Nurbapa Mekebayev. Parallel numerical simulation of the 2D acoustic wave equation. International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE) Vol. 14, No. 6, 2024. (Accepted) Percentile = 66

**АҚПАРАТТЫ ЖАҢАРТУ
КҮНІ**

2024 жылдың 14 тамызы